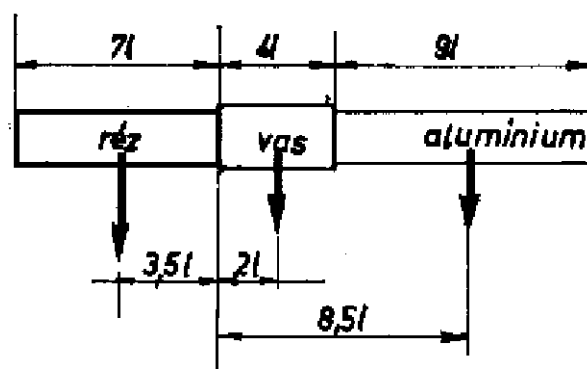


Jelöljük a réz, vas, illetve alumínium rúd keresztmetszetét rendre,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ -mal, a megfelelő fajtsúlyokat pedig  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ -mal.



A rendszer súlypontjára vonatkozólag a három rúdra ható súlyerők forgatónyomatékának összege 0, ezért az ábra alapján

$$(1) \quad 4lA_2\gamma_2 \cdot 2l + 9lA_3\gamma_3 \cdot 8,5l - 7lA_1\gamma_1 \cdot 3,5l = 0$$

(a rudak súlyát a térfogat és a fajtsúly szorzata adja). Egyszerűsítve és a szorzásokat a  $\gamma_1 = 8,96 \text{ p/cm}^3$ ,  $\gamma_2 = 7,86 \text{ p/cm}^3$ ,  $\gamma_3 = 2,7 \text{ p/cm}^3$  értékek behelyettesítése után elvégezve ebből kapjuk, hogy

$$(2) \quad 62,88A_2 + 206,6A_3 - 219,5A_1 = 0.$$

Ha a hőmérséklet  $2 \text{ }^\circ\text{C}$ -kal emelkedik, akkor a rudak megnyúlnak, így megváltozik a három súlyerő karja. Jelöljük a réz, vas, alumínium lineáris hőtágulási együtthatóját  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ -mal, ekkor pl. a vasrúd hossza

$$4l(1 + 2 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \alpha_2)$$

lesz  $2 \text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletemelkedés hatására. Írjuk föl a forgatónyomatékok egyensúlyát a megnyúlt rudak esetében:

$$(3) \quad 4lA_2\gamma_2 \cdot 2l(1 + 2 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \alpha_2) + 9lA_3\gamma_3 \cdot [4l(1 + 2 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \alpha_2) + 4,5l(1 + 2 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \alpha_3)] - 7lA_1\gamma_1 \cdot 3,5l(1 + 2 \text{ }^\circ\text{C} \cdot \alpha_1) = 0.$$

Ebből az egyenletből vonjuk ki az (1) egyenletet, majd egyszerűsítsünk, így a következőt nyerjük:

$$(4) \quad 4A_2\gamma_2 \cdot 2\alpha_2 + 9A_3\gamma_3(4\alpha_2 + 4,5\alpha_3) - 7A_1\gamma_1 \cdot 3,5\alpha_1 = 0.$$

Helyettesítsük be az  $\alpha_1 = 1,62 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_2 = 1,17 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_3 = 2,39 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$  értékeket, ekkor (4)-ből  $10^{-5}$ -nel egyszerűsítve adódik:

$$(5) \quad 73,57A_2 + 375,2A_3 - 355,6A_1 = 0.$$

A (2), (5) egyenletekből  $A_2$ -t és  $A_3$ -at kifejezhetjük  $A_1$  segítségével:

$$A_2 = 1,06A_1, \quad A_3 = 0,74A_1,$$

tehát

$$A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 1,06 : 0,74.$$

*Kosztadinov Gábor* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján