A sorosan kapcsolt R és r ellenállások eredője $R+r$, így az áramkörben folyó áram erőssége Ohm törvénye alapján

$$I = U/(R+r),$$

tehát az r ellenállásra eső teljesítmény, a hasznos teljesítmény

$$P_h = I^2 \cdot r = U^2 \cdot r/(R+r)^2.$$

A hatásfok a hasznos teljesítmény és az áramkör összteljesítményének hányadosa:

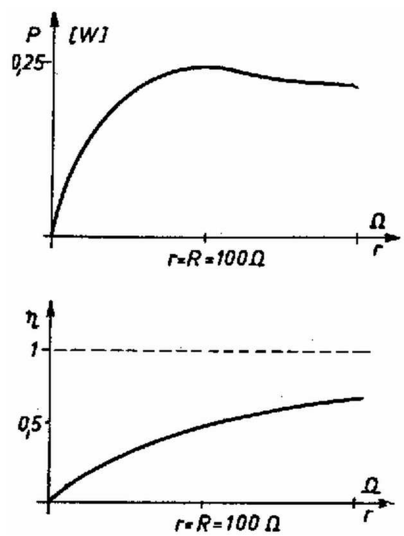
$$\eta = \frac{I^2 \cdot r}{I^2 \cdot (R+r)} = \frac{r}{R+r}.$$

Értéktáblázat segítségével ábrázoljuk a hasznos teljesítményt és a hatásfokot mint r függvényét!

r [Ω]	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
P_h [W]	0	0,139	0,204	0,234	0,247	0,250	0,248	0,243	0,237	0,230	0,222
	0	0,167	0,286	0,375	0,444	0,500	0,545	0,583	0,615	0,643	0,667

Ennek alapján P_h akkor a legnagyobb, ha $r = 100$ ohm. Ekkor $\eta = 0{,}5$.

Bakondi Gábor (Bp., Petőfi S. Gimn., I. o. t.)



Megjegyzés. P_h maximumát pontosan a következőképpen kereshetjük meg. Mivel $P_h \geq 0$, azért P_h akkor lesz a legnagyobb, amikor

$$\frac{1}{P_h} = \frac{1}{U^2} \cdot \frac{(R+r)^2}{2} = \frac{1}{U^2}\left(\frac{R^2}{r} + r + 2R\right)$$

a legkisebb. Ez pedig nyilván olyan r értékre teljesül, amelyre $(R^2/r) + r$ minimális (hiszen U és R rögzitett érték). Megmutatjuk, hogy ez $r = R$ esetén teljesül. Induljunk ki az

$$\left[(R^2/r) - r\right]^2 \geq 0$$

egyenlőtlenségből, mely minden r-re igaz, az egyenlőség jele pedig $(R^2/r) - r = 0$, azaz $r = R$ esetén érvényes. Ebből következik:

$$\left(\frac{R^2}{r}\right)^2 + r^2 - 2R^2 \geq 0, \qquad \left(\frac{R^2}{r}\right)^2 + r^2 + 2R^2 \geq 4R^2,$$

azaz

$$\left(\frac{R^2}{r} + r\right)^2 \geq (2R)^2, \qquad \frac{R^2}{r} + r \geq 2R,$$

az egyenlőség $r = R$ esetén érvényes. Ezzel állításunkat bebizonyítottuk.

Kisvárdai László (Csongrád, Batsányi J. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján