0,1 A-ig mérő műszert az alapműszerrel párhuzamosan kapcsolt R_s söntellenállás segítségével nyerhetünk. Kirchhoff törvénye szerint

$$R_\mathrm{s} : R_b = 0{,}00005 : (0{,}1 - 0{,}00005),$$

ebből jó közelítéssel

$$R_\mathrm{s} = (0{,}00005/0{,}1)R_b = 0{,}0005 R_b = 0{,}0025 \text{ ohm}.$$

10 V-ig mérő műszert pedig az alapműszerrel sorba kapcsolt R_e előtétellenállás felhasználásával nyerhetünk. Mivel a műszeren eső feszültség legfeljebb

$$0{,}00005 \text{ A} \cdot 5 \text{ ohm} = 0{,}00025 \text{ V}$$

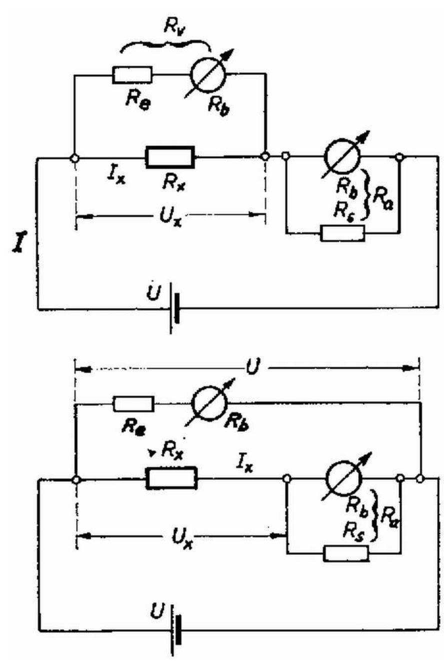
lehet, ezért

$$R_e : R_b = (10 - 0{,}00025) : 0{,}00025,$$

ahonnan jó közelítővel

$$R_e = (10/0{,}00025)\,R_b = 40\ 000\,R_b = 200\ 000 \text{ ohm}.$$

Az R_x ellenállást Ohm törvényének felhasználásával úgy mérhetjük meg, hogy az R_x en eső U_x feszültséget elosztjuk az R_x en átfolyó áram I_x erősségével.



a) Az első kapcsolásban pontosan megmérjük az R_x-en eső U_x feszültséget, de az R_x en átfolyó I_x áramerősség helyett a párhuzamosan kapcsolt R_x és az $R_v = R_e + R_b$ ellenállásokon átfolyó I áramerősséget mérjük. Mivel R_x és R_v eredője

$$\frac{R_\mathrm{x} R_v}{R_\mathrm{x} + R_v},$$

azért

$$I = \frac{R_\mathrm{x} + R_v}{R_\mathrm{x} R_v} \cdot U_\mathrm{x},$$

s így az R_x helyett mért ellenállás

$$\frac{U_\mathrm{x}}{I} = \frac{R_\mathrm{x} R_v}{R_\mathrm{x} + R_v}.$$

Tehát az elkövetett hiba abszolút értéke

$$R_\mathrm{x} - \frac{R_\mathrm{x} R_v}{R_\mathrm{x} + R_v} = \frac{R_\mathrm{x}^2}{R_\mathrm{x} + R_v},$$

a relatív hiba

$$\frac{1}{R_\mathrm{x}} \cdot \left(R_\mathrm{x} - \frac{R_\mathrm{x} R_v}{R_\mathrm{x} + R_v} \right) = 1 - \frac{R_v}{R_\mathrm{x} + R_v} = \frac{R_\mathrm{x}}{R_\mathrm{x} + R_v}.$$

Láthatjuk, hogy R_x-et növelve a relatív hiba nő. A jelen esetben $R_v = 200\ 000$ ohm, így $R_\mathrm{x} \approx 100$ ohm mellett R_x mérésében elkövetett hiba nagysága

$$\left[100^2/(100 + 200\ 000)\right] \text{ ohm} \approx (10\ 000/200\ 000) \text{ ohm} = (1/20) \text{ ohm} = 0{,}05 \text{ ohm},$$

a relatív hiba

$$0{,}05/100 = 0{,}0005 = 0{,}05\,\%.$$

$R_{\mathrm{x}} \approx 10\ 000$ ohm esetén a hiba nagysága

$$\frac{10\ 000^2}{10\ 000 + 200\ 000}\ \text{ohm} \approx\ (10\ 000^2/200\ 000)\ \text{ohm} = 500\ \text{ohm},$$

a relatív hiba

$$500/10\ 000 = 0{,}05 = 5\,\%.$$

b) A második kapcsolás segítségével pontosan mérjük I_{x} et, de az R_{x}-en eső U_{x} feszültség helyett az $(R_{\mathrm{x}} + R_a)$-n eső U feszültséget mérjük, ahol

$$R_a = \frac{R_b R_{\mathrm{s}}}{R_b + R_{\mathrm{s}}}.$$

Tehát a mért és a pontos R_{x} érték különbsége, a hiba nagysága

$$(R_{\mathrm{x}} + R_a) - R_{\mathrm{x}} = R_a,$$

a relatív hiba

$$R_a/R_x,$$

R_{x} növelésével csökken.
A jelen esetben

$$R_a = \frac{5 \cdot 0{,}0025}{5 + 0{,}0025}\ \text{ohm} \approx 0{,}0025\ \text{ohm},$$

így bármekkora R_{x} mellett a hiba

$$0{,}0025\ \text{ohm},$$

tehát kisebb, amint az első mérés hibája. Különösen az $R_{\mathrm{x}} \approx 10\ 000$ ohm esetben előnyösebb lényegesen a 2. kapcsolás. A relatív hiba $R_{\mathrm{x}} \approx 100$ ohm mellett

$$0{,}0025/100 = 0{,}0025\,\%$$

míg $R_{\mathrm{x}} \approx 10\ 000$ ohm mellett

$$0{,}0025/10\ 000 = 0{,}000025\,\%.$$

Összefoglalva tehát mind $R_{\mathrm{x}} \approx 100$ ohm, mind $R_{\mathrm{x}} \approx 10$ kiloohm esetén a 2. kapcsolással pontosabban mérhetjük az R_{x} ellenállást, bár $R_{\mathrm{x}} \approx 100$ ohm esetében az I. kapcsolás is elég pontos eredményt szolgáltat.

Boda István (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Meghatározhatjuk azt is, hogy mekkora R_{x} értékek mellett célszerű az 1. kapcsolást választani. A fentiek szerint olyan R_{x} értékeket keresünk, melyekre

$$\frac{R_{\mathrm{x}}^2}{R_{\mathrm{x}} + R_v} < R_a, \qquad \text{azaz}$$
$$R_{\mathrm{x}}^2 < R_a R_{\mathrm{x}} + R_a R_v.$$

Ennek a másodfokú egyenlőtlenségnek a megoldása közelítőleg

$$R_{\mathrm{x}} < \sqrt{R_a R_v}, \qquad \text{esetünkben} \qquad R_{\mathrm{x}} < 22{,}3\ \text{ohm}.$$

Tehát 22,3 ohmnál kisebb ellenállások mérésére az 1. kapcsolást célszerű választani.

Kassay Attila (Miskolc, Földes F. Gimn., I. o. t.).