

Az a) esetben az eredő ellenállás a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőinek összege

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

míg a b) esetben az eredő ellenállás

$$R_b = \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2} + \frac{R_3}{2}.$$

Megmutatjuk, hogy $R_a \leq R_b$, és egyenlőség csak $R_1 = R_2 = R_3$ esetén áll fenn. Felhasználjuk ehhez azt, hogy két pozitív szám, a és b mértani közepe kisebb vagy egyenlő a két szám számtani középértékével, vagyis

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}, \quad \text{azaz} \quad ab \leq \frac{(a+b)^2}{4},$$

s az egyenlőség jele csak $a = b$ esetén érvényes. Ezért

$$R_a \leq \frac{(R_1 + R_2)^2}{4(R_1 + R_2)} + \frac{(R_1 + R_3)^2}{4(R_1 + R_3)} + \frac{(R_2 + R_3)^2}{4(R_2 + R_3)} = \frac{2R_1 + 2R_2 + 2R_3}{4} = R_b,$$

tehát $R_a \leq R_b$ és $R_a = R_b$ csak $R_1 = R_2 = R_3$ esetében teljesül.

Gémesi Csaba (Aszód, Petőfi S. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Az $R_a \leq R_b$ egyenlőtlenséget annak felhasználásával is bizonyíthatjuk, hogy két pozitív szám, a és b harmonikus közepe, azaz

$$\frac{2}{1/a + 1/b} = \frac{2ab}{a+b}$$

kisebb vagy egyenlő a két szám számtani közepénél.

Bérczi Tamás (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o. t.)