

$$h(f(x)) + h(g(x)) = g(f(x))$$

**I. megoldás.** Jelöljük az (1) jobb oldalán álló függvényt  $H$ -val:

$$\begin{aligned} H(x) = g(f(x)) &= f(x)(f(x) - 1) + 2 = (x^2 + x + 2)(x^2 + x + 1) + 2 = \\ &= x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 4. \end{aligned}$$

Mivel  $H$ -ban  $x$ -nek páratlan kitevős hatványai is szerepelnek,  $H$  nem páros függvény, vagyis  $H(x)$  és  $H(-x)$  általában (véges sok konkrét  $x$ -érték kivételével) nem egyenlő. Az (1) bal oldalán álló függvény viszont  $f(-x) = g(x)$  miatt tetszőleges  $h$  mellett páros, a kívánt (1) összefüggés tehát egyetlen  $h$ -ra sem teljesülhet.

**II. megoldás.** Megmutatjuk, hogy (1) már az  $x = 1$  és  $x = -1$  helyeken sem teljesülhet egyetlen  $h$  mellett sem. (1) bal oldalán ugyanis mindkét helyen  $h(2) + h(4)$  áll, ugyanakkor a jobb oldalon  $g(f(1)) = 14 \neq g(f(-1)) = 4$ .