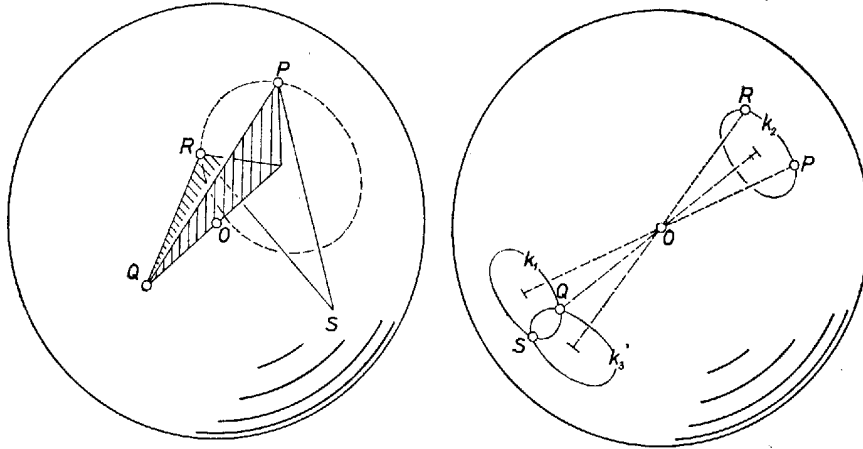


I. megoldás. Jelöljük az absztrakt állatot A -val, kiindulópontját P -vel, a gömb középpontját O -val, soron következő lépéseinek végpontját Q -val, R -rel, S -sel. Mivel egy lépés hossza kisebb a gömb átmérőjénél, A -nak mindig van hova lépnie. Feltevésünk szerint R nem lehet P -vel azonos, megmutatjuk, hogy S sem lehet az. Ellenkező esetben ugyanis a PQR háromszög minden oldala $1,99$ volna, és ez nagyobb az egységsugarú gömbbe írható legnagyobb szabályos háromszög oldalánál, $\sqrt{3}$ -nál. A -nak tehát legalább négyet kell lépnie, és mint látni fogjuk, ha kicsit is óvatos, négy lépéssel már visszajuthat P -be.



Ha A négy lépésben vissza akar jutni P -be, első lépése még tetszőleges lehet. Második lépésében csak arra kell ügyelnie, hogy R ne legyen benne az OPQ síkban. Forgassa el mondjuk 90° -kal P -t az OQ tengely körül, akkor a kapott R pontra $QR = QP$, és az OQP , OQR síkok merőlegesek lesznek, ebbe az R -be nyugodtan léphet A . Tükrözze ezután A az OPR síkra Q -t, és legyen S a kapott tükörkép. Mivel Q nincs benne az OPR síkban (hiszen R nincs benne az OPQ síkban), S a P , Q , R pontok mindegyikétől különböző lesz, és $RS = RQ$ miatt ide léphet A R -ből, $SP = QP$ miatt pedig innen már visszajuthat P -be. Ezzel beláttuk, hogy A legrövidebb körsétája négy lépésből áll.

II. megoldás. Az első lépésben arra a k_1 körre léphet A , melynek pontjai P -től $1,99$ egységre vannak, és amelyet a P -n átmenő gömbátmérőre merőleges sík metsz ki a gömbből. Ha négy lépésben vissza akar érní P -be, akkor harmadik lépésben ismét ennek a körnek egy pontjára kell lépnie.

Az első lépésben k_1 bármelyik Q pontjába léphet. A második lépéssel elérhető pontok a P -n átmenő, k_1 -gyel egybevágó k_2 kör pontjai, amelyeknek síkja a Q -n átmenő gömbátmérőre merőleges.

Hasonlóan k_2 valamely, a P -től különböző R pontjából a Q -n átmenő, k_1 -gyel egybevágó, de attól különböző k_3 körre léphet A . Az S pontnak rajta kell lennie k_1 -en is, k_3 -on is és különböznie kell Q -tól. Ilyen pont csak akkor nincs, ha k_1 és k_3 érintkezik Q -ban; ez viszont akkor következik be, ha R a k_2 P -vel átellenes pontja.

Azt kaptuk tehát, hogy ha A második lépésben a k_2 kör P -től és a vele átellenes ponttól különböző R pontjába lép, akkor mindig van egy egyértelműen meghatározott S pont a gömbön, ti. k_1 és k_3 kör Q -tól különböző metszéspontja, amelyikre lépve harmadszorra, negyedik lépéssel visszaérhet P -be.