I. megoldás: n számú 9-esből álló szám 1-gyel kisebb 10^n-nél, tehát

$$\left(\overset{1}{\smile}\!\!\!\!\!9\ \overset{2}{\smile}\!\!\!\!\!9\ \ldots\ \overset{n}{\smile}\!\!\!\!\!9\right)^2=(10^n-1)^2=10^{2n}-2\cdot 10^n+1=10^n(10^n-2)+1.$$

10^n áll egy 1-esből és utána n 0-ból. Ebből 2-t levonva $(n-1)$ számú 9-esből, utána egy 8-asból álló számot kapunk. A 10^n szorzó a 8-as után írandó n darab 0-t jelent; ehhez még 1-et kell adni, vagyis az utolsó 0 helyett 1-et írni. Így megkaptuk a bizonyítandó azonosságot.

Kristóf László (Mosonmagyaróvár, Kossuth g. II. o. t.)

II. megoldás: Alkalmazzuk az

$$a^2=(a-1)(a+1)+1$$

azonosságot.

$$\left(\overset{1}{9}\ \overset{2}{9}\ \ldots\ \overset{n}{9}\right)^2=\left(\overset{1}{9}\ \overset{2}{9}\ \ldots\ \overset{n}{9}-1\right)\left(\overset{1}{9}\ \overset{2}{9}\ \ldots\ \overset{n}{9}+1\right)+1=\overset{1}{9}\ \overset{2}{9}\ \ldots\ \overset{n-1}{9}\ 8\cdot 10^n+1=$$

$$=\overset{1}{9}\ \overset{2}{9}\ \ldots\ \overset{n-1}{9}\ 8\ \overset{1}{0}\ \overset{2}{0}\ \ldots\ \overset{n}{0}+1=\overset{1}{9}\ \overset{2}{9}\ \ldots\ \overset{n-1}{9}\ 8\ \overset{1}{0}\ \overset{2}{0}\ \ldots\ \overset{n-1}{0}\ 1.$$

Végh Judit (Szolnok, Varga Katalin lg. II. o. t.)