

I. megoldás: A háromszög kétszeres területe $2t = am_a = bm_b = cm_c$, ahonnan

$$(1) \quad a : b = m_b : m_a, \quad b : c = m_c : m_b.$$

(1) alapján a háromszög oldalai közvetlenül nem szerkeszthetők meg, de szerkeszthetők az oldalakkal arányos a' , b' , c' , szakaszok, amelyek a keresett háromszöghöz hasonló háromszöget határoznak meg. Ez a háromszög azután hasonlósági transzformációval a kívánt nagyságra, hozható.

Válasszuk a' gyanánt pl. m_b -t, b' -ként m_a -t, akkor (1) alapján

$$m_c : m_b = b' : c' = m_a : c',$$

ahonnan c' az adott m_c , m_b és m_a szakaszokból negyedik arányosként megszerkeszthető.

Ágfalvi Mihály (Székesfehérvár, József A. g. I. o. t.)

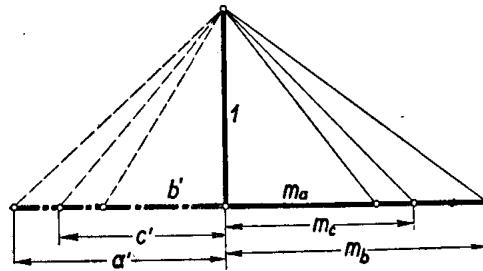
II. megoldás: (1) így is írható

$$a : b : c = \frac{1}{m_a} : \frac{1}{m_b} : \frac{1}{m_c},$$

vagyis a keresett háromszög oldalai egyenesen arányosak a rájuk merőleges magasságok reciprokaival. E reciprok értékeket rendre a' , b' , c' -vel jelölve, ez utóbbiak könnyen szerkeszthetők az

$$m_a a' = m_b b' = m_c c' = 1$$

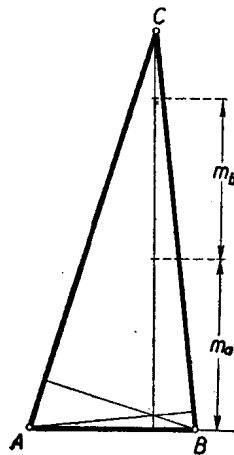
összefüggésből, felhasználva azt a tételt, hogy a derékszögű háromszög átfogójához tartozó magasság mértani közép-arányos az átfogó két szelete között (1. ábra).



1. ábra

Megjegyzés. Kínálkozik a következő megoldás: a háromszög oldalai úgy aránylanak, mint a magasságok reciprok értékei. Ha tehát adott magasságokból szerkesztünk háromszöget, ebben a magasságok aránya megegyezik a keresett háromszög oldalainak arányával. Így a magasságokból alkotott háromszög magasságaiból háromszöget szerkesztve a keresett háromszöghöz hasonlót nyertünk és ebből egy hasonlósági átalakítással nyerjük a keresett háromszöget.

Ez a megoldás azonban nem teljes, mert nem mindig alkalmazható. Ugyanis, amint a 2. ábrán látható háromszög mutatja, egy háromszög magasságaiból nem mindig szerkeszthető háromszög.



2. ábra

Tekintsük másrészt e háromszög oldalait magasságként adott távolságoknak, akkor látjuk, hogy ha valamilyen távolságokból alkotható is háromszög, ebből sem következik még, hogy van olyan háromszög, amelynek magasságai az adott távolságokkal egyenlők.

Jegyezzük tehát meg, *abból, hogy egy szerkesztési eljárás, amely bizonyos esetekben célra vezet, más esetekben nem alkalmazható, még nem következik, hogy ez utóbbi esetben a szerkesztés nem is elvégezhető.*

Feladatunkban a szerkeszthetőség feltétele, hogy bármely két magasság reciprok értékének összege nagyobb legyen a harmadik magasság reciprok értékénél.