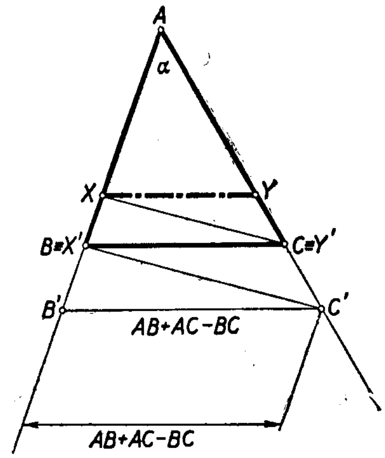
I. megoldás: Képzeljük a feladatot megoldottnak (1. ábra).



1. ábra

A követelmény értelmében $BC = AX - AY - XY$. Az $ABC\Delta$-et vigyük át az A-ból mint hasonlósági középpontból egy vele hasonló $AB'C'\Delta$-be, amelyben $X' = B$ és $Y' = C$. Most a feltétel szerint

$$B'C' = AX' + AY' - X'Y' = AB + AC - BC.$$

Tehát nem kell egyebet tennünk, mint az adott oldalakból könnyen megszerkeszthető $B'C'$ szakaszt BC-vel párhuzamosan az α szög szárai közé iktatni, és azután a

$$B'C' : BC = BC : XY = AB : AX$$

arány alapján megszerkeszteni az AB oldalegyenesen az X pontot. Legegyszerűbben a C-n át BC'-vel vont párhuzamos metszéspontja AB-vel szolgáltatja X-et.

Mindig van egy és csakis egy megoldás. Az XY szakasza háromszög belsejébe esik, vagy azonos BC-vel, vagy a háromszögön kívül van aszerint, amint $B'C' = AB + AC - BC \gtreqqless BC$, vagyis $AB + AC \gtreqqless 2BC$.

Stark Gusztáv (Bp. VIII., Piarista g. II. o. t.)

II. megoldás: Ha a megoldásként nyert AXY háromszögbe érintő kört rajzolunk, melynek érintési pontjai legyenek rendre C_1, Z, B_1 (2. ábra), akkor a feladat követelménye szerint

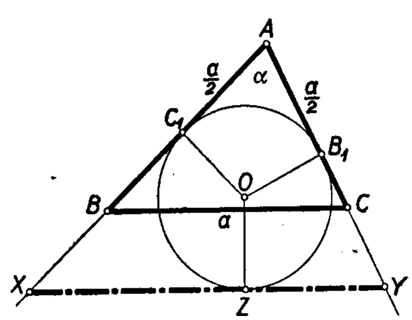
$$BC = AX + AY - XY = XC_1 + AC_1 + YB_1 + AB_1 - XZ - YZ.$$

De $XZ = XC_1$ és $YZ = YB_1$, és így

$$AC_1 + AB_1 = BC = a,$$

vagyis

$$AC_1 = AB_1 = \frac{a}{2}.$$



2. ábra

A szerkesztés menete tehát: O középpontú kört szerkesztünk, amely az AB és AC oldalakat A-tól $\frac{a}{2}$ távolságban fekvő (C_1 illetőleg B_1) pontokban érinti. E körnek BC-vel párhuzamos érintői közül az, amelyik nem választja szét az A és O pontokat, szolgáltatja a keresett XY szakaszt.

Kisbényi Mária (Bp. I., Szilágyi E. lg. II. o. t.)

Egy III. megoldás található Surányi János: „Hasonlóság és szerkesztés” c. füzetében (58. feladat, 53. old.).