

**I. megoldás:** Bármely természetes szám vagy osztható 3-mal, vagy szomszédja egy 3-mal osztható számnak, tehát vagy  $3k$  vagy  $3k \pm 1$  alakú, ahol  $k$  természetes szám.

$3k$  négyzete  $9k^2 = 3p$ ,  $(3k \pm 1)^2 = 9k \pm 6k^2 + 1 = 3q + 1$ , tehát tényleg nincsen olyan természetes szám amelynek négyzete  $3n + 2$  alakú volna.

*Vékony Lajos* (Bp. XX., Kossuth g. II. o. t.)

**II. megoldás:** Tegyük fel, hogy  $3n + 2$  teljes négyzet, vagyis

$$(1) \quad 3n + 2 = a^2,$$

ahol  $n$  és  $a$  természetes számok.

$a$  nyilván nem lehet 3-mal osztható, de akkor  $a + 1$  és  $a - 1$  közül az egyik feltétlenül osztható 3-mal.

De (1) így írható:

$$3n + 1 = a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1).$$

Itt a jobboldal osztható hárommal, a baloldal pedig nem, vagyis az a feltevés, hogy  $3n + 2$  teljes négyzet, ellentmondásra vezet.

*Simon László* (Bp. XI., József A. g. II. o. t.)