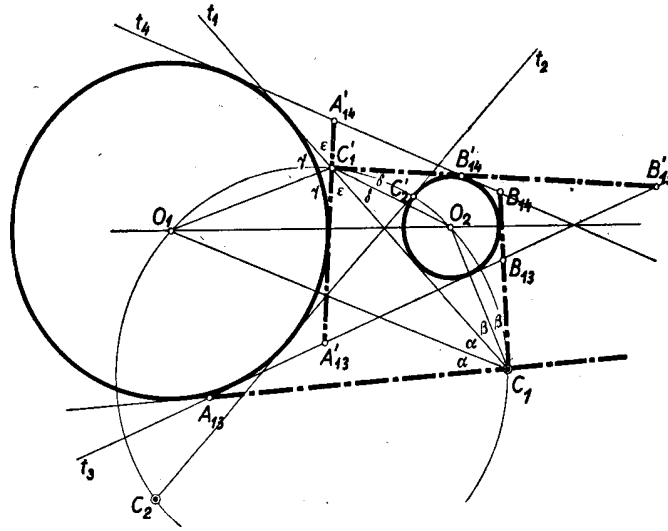


Figyelmen kívül hagyjuk azokat a triviális megoldásokat, amelyekben az egyik befogó maga egy közös belső érintő (vagyis ez a befogó mindkét kört érinti). Ezekről a feladatban nyilván nincs szó, mert ez esetben felesleges külön követelni, hogy „az egyik közös belső érintő átmeny a derékszög csúcspontján”.

Ábránk a megoldott feladatot és egyben a betűzést mutatja.



Nyilván elég a közös belső érintőkön a derékszögű háromszög C csúcspontját és ezen át azokat az egymásra merőleges egyeneseket meghatározni, amelyek mindegyike egy-egy kört érint. Mindegyik közös külső érintő e merőleges egyenespárok mindegyikével egy-egy megoldást szolgáltat.

Tekintsünk egy olyan C_1 megoldást (a t_1 közös belső érintőn), amelyben O_1 és O_2 a két érintő által meghatározott 4 derékszögű tartomány egyikébe esik. Ez esetben C_1 -ből az egyik kör 2α , a másik kör 2β , az O_1O_2 szakasz pedig $\alpha + \beta$ szög alatt látszik. Mivel $2\alpha + 2\beta = 90^\circ$, azért $\alpha + \beta = 45^\circ$.

Tekintsünk egy C_1' megoldást (ugyancsak a t_1 érintőn), amelyben az O_1 és O_2 pontok nem tesznek eleget az előbbi feltételeknek. Ez esetben az egyik kör 2γ , a másik kör 2δ , az O_1O_2 szakasz pedig $\gamma + \delta + \varepsilon$ szög alatt látszik. $2\gamma + \varepsilon = 180^\circ$, $2\delta + \varepsilon = 90^\circ$, vagyis $2\gamma + 2\delta + 2\varepsilon = 270^\circ$, azaz $\gamma + \delta + \varepsilon = 135^\circ$.

Tehát a C pontok mértani helye az a teljes kör, amelynek pontjaiból az O_1O_2 szakasz 45° , ill. 135° szög alatt látszik. E kör a t_1 és t_2 közös belső érintőkből 4 pontot (C_1, C_1', C_2, C_2') metsz ki. E 4 pont 4 merőleges érintőpárt határoz meg, amelyek mindegyike egy-egy közös külső érintővel egy-egy megoldást ad. Tehát összesen 8 (nagyságra, alakra és helyzetre különböző) derékszögű háromszög szerkeszthető, amelyek közül azonban lehet elfajuló is, amikor egy közös külső, érintő párhuzamos a befogók egyikével. (Ha az O_1O_2 egyenesre vonatkozó tükröképeket is számítjuk, akkor összesen 16 megoldása van a feladatnak.)

Szántó Péter (Bp. I., Petőfi g. II. o. t.)

Teljes megoldás ezenkívül nincs.