Mivel $\lg 10=1$, és az $y=\lg x$ függvény az értelmezési tartományában minden értéket csak egyszer vesz fel, azért a megoldandó egyenlet egyenértékű a

$$3^{x^{\sqrt{x}}-(\sqrt{x})^{x}+2}+1=10$$

egyenlettel, amelyből rendezés után kapjuk, hogy

$$3^{x^{\sqrt{x}}-(\sqrt{x})^{x}+2}=9=3^{2}. \tag{1}$$

Mivel (1)-ben az alapok egyenlők, azért kell hogy a kitevők is egyenlők legyenek, vagyis

$$x^{\sqrt{x}}-(\sqrt{x})^{x}+2=2,$$

ahonnan

$$x^{\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^{x}=x^{\frac{x}{2}}. \tag{2}$$

A (2)-ben az $x=0$ értéket ki kell zárni, mert $\gg 0^{\circ} \ll$ nincs értelmezve. A (2) mindkét oldalát logaritmálva:

$$\sqrt{x}\lg x=\frac{x}{2}\lg x.$$

Innen rendezés és kiemelés után

$$(\lg x)\left(\frac{x}{2}-\sqrt{x}\right)=0.$$

Egy szorzat azonban csak akkor egyenlő nullával, ha valamelyik tényezője nulla, tehát vagy

$$\lg x=0,$$

amiből

$$x_{1}=1,$$

vagy

$$\frac{x}{2}-\sqrt{x}=0,$$

ahonnan $\sqrt{x}\neq 0$-val osztva (ezt megtehetjük, mivel az $x=0$ értéket kizártuk)

$$\frac{\sqrt{x}}{2}=1,$$

és így

$$x_{2}=4.$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy a nyert két gyök egyenletünket kielégíti.

Bartha Gyöngyi (Bp. VIII, Apáczai Csere g. II. o.)