I. megoldás: Írjuk egyenletünket az

$$x^2 - 11x + 24 = 2\sqrt{x} \tag{1}$$

alakban. Vegyük észre, hogy ha mindkét oldalhoz $(x+1)$-et adunk, akkor mindkét oldalon teljes négyzetet kapunk:

$$x^2 - 10x + 25 = x + 2\sqrt{x} + 1,$$

vagyis

$$(x-5)^2 = \left(\sqrt{x}+1\right)^2.$$

Ebből következik – a négyzetgyök kétértelműségét figyelembe véve –, hogy vagy

$$x - 5 = \sqrt{x} + 1, \tag{2}$$

vagy

$$x - 5 = -(\sqrt{x}+1) = -\sqrt{x} - 1. \tag{3}$$

Mindkét egyenletben $\sqrt{x}$ helyébe y-t írva

$$y^2 - y - 6 = 0, \tag{4}$$

$$y^2 + y - 4 = 0. \tag{5}$$

(4)-ből

$$y_1 = 3, \qquad y_2 = -2; \qquad\qquad x_1 = 9, \qquad (x_2 = 4).$$

Az adott (1) egyenletbe való behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy csak az $x_1 = 9$ érték elégíti ki egyenletünket.
(5)-ből

$$y_3 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \quad y_4 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2}; \quad x_3 = \frac{9-\sqrt{17}}{2}, \quad \left[x_4 = \frac{9+\sqrt{17}}{2}\right]$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy csak x_3 gyöke az adott (1) egyenletnek.

Bayer Márta (Bp. XX., Bagi Ilona lg. I. o. t.)

II. megoldás: Az adott egyenlet közvetlenül algebrai egyenletre vezethető vissza a $\sqrt{x} = v$ helyettesítéssel. Ekkor $x = v^2$ és $x^2 = v^4$, és egyenletünk a következő alakot ölti

$$v^4 - 11v^2 - 2v + 24 = 0. \tag{6}$$

Mivel egyenletünk legmagasabb fokú tagjának együtthatója 1, azért ismert tétel alapján egyenletünk racionális gyökei csak az állandó tag – jelenleg 24 – osztói lehetnek. Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy 24 osztói közül $v_1 = -2$ és $v_2 = 3$ kielégítik a (3) alatti egyenletet.

A két gyöktényező szorzata

$$(v+2)(v-3) = v^2 - v - 6.$$

Ezzel osztva (6) bal oldalát, nyerjük a másik két gyököt szolgáltató

$$v^2 + v - 4 = 0$$

egyenletet, amely egyezik az I. megoldás (5) egyenletével.
$x = v^2$ alapján nyerjük

$$[x_1 = v_1^2 = 4], \quad x_2 = v_2^2 = 9, \quad x_3 = v_3^2 = \frac{9-\sqrt{17}}{2}, \quad \left[x_4 = v_4^2 = \frac{9+\sqrt{17}}{2}\right].$$

Behelyettesítéssel meggyőződhettünk, hogy csak az x_2 és x_3 gyökök tesznek eleget az eredeti (1) alatti egyenletnek.

Stahl János (Bp. VI., Kölcsey g. II. o. t.)