

I. megoldás: A feladat szerint

$$b^2 = a \cdot \overline{ac}.$$

Ebből látható, hogy 1) b nem lehet prímszám (mert $a = 1$ esetén $b^2 = 10 + c$, és 10 és 20 között nincs egyjegyű prímszám négyzete), 2) hogy b^2 kétjegyű, tehát $b > 3$.

b lehetséges értékei tehát: 4, 6, 8, 9. Ezek négyzetei rendre 16, 36, 64, 81. Ezeket felbontva egy egyjegyű és egy kétjegyű szám szorzatára, és még tekintetbe véve, hogy szükségképpen $a < c$, a lehetséges 6 szorzat közül csak az $1 \cdot 16$ a kívánt $a \cdot \overline{ac}$ alakú. Tehát $b^2 = 16$, vagyis $b = 4$, $a = 1$, $c = 6$.

Valóban 1, 4, 16, 64 megfelel a feladat követelményeinek.

Germadics Vilmos (Bp., I., István g. IV. o. t.)

II. megoldás. Ha a mértani sorozat hányadosát q -val jelöljük, akkor

$$\begin{aligned} (1) \quad & aq = b, \\ (2) \quad & aq^2 = 10a + c, \\ (3) \quad & aq^3 = 10c + b. \end{aligned}$$

(2) 10-szeresét kivonva (3)-ból és felhasználva (1)-t nyerjük, hogy

$$aq^3 - 10aq^2 = aq - 100a,$$

és így (mivel $a \neq 0$)

$$(4) \quad q^3 - 10q^2 - q + 100 = 0.$$

(2)-ből következik, hogy q csak pozitív és (1)-ből, hogy csak racionális lehet, (4)-ből pedig következik – mert q^3 együtthatója 1 – ha q racionális, akkor csak egész lehet, és csak 100 osztói közül kerülhet ki. Hamar meggyőződhetünk, hogy az 1, 2, 4, 5 értékek közül csak

$$q = 4$$

elégíti ki (4)-et.

Mivel (3) szerint $aq^3 = a \cdot 64 = 10c + b$, azért

$$a = 1, \quad c = 6, \quad b = 4.$$

Detre Mária (Esztergom, 9. sz. gépip. t. III. o. t.)