

Jelöljük kifejezésünket  $N$ -nel.

Mivel  $1955 = 5 \cdot 17 \cdot 23$ , és ezek különböző prímszámok, azért elég e 3 tényezőről külön-külön megmutatni, hogy  $N$ -nek osztói.

a) A 17-tel való oszthatóság kimutatására alakítsuk át  $N$ -et a következőképpen:

$$N = 937^n + 121^n - 2 \cdot 138^n = (937^n - 138^n) - (138^n - 121^n).$$

Mivel  $(a - b)$  osztója  $(a^n - b^n)$ -nek, és  $937 - 138 = 799 = 47 \cdot 17$ ,  $138 - 121 = 17$ , azért 17 osztója  $N$ -nek.

b) A 23-mal való oszthatóság kimutatására  $N$ -nek egy másik átalakítását használjuk fel:

$$N = (937^n + 121^n) - 2^{n+1} \cdot 3^n \cdot 23^n.$$

Elég az első két tag összegét vizsgálni. Mivel  $n$  páratlan számot jelent, és ismeretes, hogy ez esetben  $(a^n + b^n)$  osztható  $(a + b)$ -vel, így  $N$  osztható a  $937 + 121 = 1058 = 2 \cdot 23^2$  számmal, tehát 23-mal is.

c) Az 5-tel való oszthatóság szempontjából vizsgáljuk az egyes tagokat külön-külön. Mivel  $937 + 3$ ,  $121 - 1$  és  $138 - 3$  osztható 5-tel, így a b), illetve a) ponthoz hasonlóan adódik, hogy

$$937^n + 3^n, \quad 121^n - 1 \quad \text{és} \quad 138^n - 3^n$$

osztható 5-tel, tehát

$$N = 937^n + 3^n - 121^n - 1 - 2(138^n - 3^n) - (3^{n+1} - 1)$$

osztható 5-tel, ha az utolsó különbség osztható vele. Mivel  $n = 4k + 3$ , így

$$3^{n+1} - 1 = (3^4)^{k+1} - 1$$

osztható a

$$3^4 - 1 = (3^2 + 1)(3^2 - 1) = 10 \cdot 8$$

számmal, tehát 5-tel is.

a), b) és c) együttesen azt jelenti, hogy  $N$  osztható  $17 \cdot 23 \cdot 5 = 1955$ -tel.

*Papp Éva* (Bp. VIII., Apáczai Csere g. I. o. t.)