I. megoldás: Mindenekelőtt nyilvánvaló, hogy a valós gyökök csak pozitívok lehetnek, mert negatív x esetén a baloldal minden tagja pozitív s így nem lehet 0. Vizsgáljuk meg, van-e az egyenletnek racionális gyöke?

Jelen esetben a legmagasabb fokú tag együtthatója 1, tehát a racionális gyökök csak egész számok lehetnek. Tehát az előrebocsátott megállapítást figyelembe véve a racionális gyökök csak 180 *pozitív* osztói közül kerülhetnek ki. Behelyettesítve sorra az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 stb. értékeket meggyőződhetünk, hogy 2, 3, 5 és 6 eleget tesznek egyenletünknek, és mivel négynél több gyök nem lehet, a további értékeket nem is kell kipróbálnunk; feladatunkat megoldottuk.

Parlagh Gyula (Kecskemét, Katona J. g. III. o. t.)

II. megoldás: A 656. feladatban (K. M. L. XI. 2. sz., 1955. okt. 57. old.) nyert szükséges és elégséges feltétel, hogy egy negyedfokú egyenlet másodfokúra redukálható legyen, jelen esetben teljesül. Ugyanis

$$a^3-4ab+8c=-16^3+4\cdot 16\cdot 91-8\cdot 216=16(-256+364-108)=0.$$

Az ott megadott

$$x=z-\frac{a}{4}=z+4$$

transzformációval a

$$z^4-5z^2+4=0$$

egyenlethez jutunk. Ebből $z_{1,2}=\pm 1$, $z_{3,4}=\pm 2$, és így

$$x_1=5,\qquad x_2=3,\qquad x_3=6,\qquad x_4=2.$$

Grell Mihály (Bp. XVI., Corvin Mátyás g. III. o. t.)

III. megoldás: Egészítsük ki (1) baloldalának első két tagját teljes négyzetté:

$$x^4-16x^3+64x^2+27x^2-216x+180=(x^2-8x)^2+27(x^2-8x)+180=0,$$

ahonnan

$$(x^2-8x)=-15,\ \text{ill.}\ -12.$$

Az

$$x^2-8x+15=0,\ \text{ill.}\ x^2-8x+12=0 \tag{2}$$

egyenletekből az előző megoldásokban nyert értékek adódnak.

Tusnády Gábor (Sátoraljaújhely, Kossuth g. I. o. t.)

Megjegyzés: A (2) alatti egyenletekhez úgy is juthatunk, ha megpróbáljuk (1) baloldalát $(x^2+ax+b)^2-c$ alakra hozni.