

I. megoldás: Jelöljük a középső páratlan számot x -szel, akkor a feladat szerint

$$(x - 2)^2 + x^2 + (x + 2)^2 = 3x^2 + 8 = 1111y,$$

ahol y egyjegyű páratlan szám.

A diofantoszi egyenletek megoldási eljárását követve

$$x^2 = \frac{1111y - 8}{3} = 370y - 2 + \frac{y - 2}{3} = 370y - 2 + u,$$

ahol

$$0 < y = 3u + 2 \leq 9.$$

Innen

$$0 < u \leq \frac{7}{3}, \quad \text{vagyis} \quad u = 1, \quad \text{vagy} \quad 2.$$

$u = 2$ nem felel meg, mert ez esetben y páros, tehát csak $u = 1$, $y = 5$ adhat megoldást, ha ilyen egyáltalán létezik.

$y = 5$ esetén

$$x^2 = 370 \cdot 5 - 2 + 1 = 1849 = 43^2,$$

ahonnan

$$x = \pm 43,$$

és így

$$41, 43, 45 \quad \text{illetőleg} \quad -45, -43, -41.$$

illetőleg feladatunk két megoldása.

$$\text{Tényleg } 41^2 + 43^2 + 45^2 = 1681 + 1849 + 2025 = 5555.$$

Katona Marianna (Bp. VIII., Apáczai Csere lg. III. o. t.)

II. megoldás: Az I. megoldásban szereplő

$$3x^2 + 8 = 1111y$$

diofantoszi egyenlet – a feladat feltételei mellett – egyszerűbben is megoldható. A bal oldal 3-mal osztva annyi maradékot ad, amennyit 8 ad, tehát 2-t. Ugyanannyit kell adnia a jobb oldalnak is. A jobb oldal $3 \cdot 370y + y$ alakban írható, és így nyilvánvaló, hogy y -nak kell 3-mal osztva 2-t adni maradékul. Az egyjegyű páratlan számok közül azonban csak 5 ilyen, tehát $y = 5$, és így $3x^2 + 8 = 5555$, ahonnan $x^2 = \frac{5547}{3} = 1849$ s. i. t., mint az I. megoldásban.

Frivaldszky Sándor (Bp. II., Rákóczi g. III. o. t.)