

Jelöljük a háromszög oldalait nagyság szerint x , y és z -vel.

Tehát

$$(1) \quad x > y > z$$

Ahhoz, hogy ekkora szakaszokból háromszöget lehessen szerkeszteni, szükséges és elégséges, hogy

$$(2) \quad x < y + z$$

legyen. A feladat szerint

$$(3) \quad x + y + z = 240,$$

$$(4) \quad 3x - 2(y + z) = 5z + 10,$$

továbbá kell, hogy x , y és z egész szám legyen.

Eszerint a (3), (4) diofantoszi egyenletrendszert kell megoldanunk, majd a gyökhármasok közül kiválasztanunk azokat, amelyek eleget tesznek (1)-nek és (2)-nek egyaránt.

Fejezzük le (3)-ból z -t

$$(3^*) \quad z = 240 - x - y,$$

majd helyettesítjük (4)-be. Rendezés után nyerjük, hogy $2x + y = 338$, vagyis

$$(5) \quad y = 338 - 2x.$$

Ez az egyenlet minden egész x értékhez egész y -t szolgáltat, egész x és y pedig (3*)-ból z -re is egész értéket ad.

Ki kell még választanunk a megoldásuk közül azokat, amelyek (2)-nek és (1)-nek egyaránt eleget tesznek. (5) és (3*) felhasználásával (2) így írható:

$$x < (338 - 2x) + [240 - x - (338 - 2x)],$$

amiből

$$(6) \quad x < 120.$$

Másrészt (1) szerint $x \geq y$, vagyis $x \geq 338 - 2x$, ahonnan

$$(7) \quad x > 112.$$

(6) és (7) a 113 – 119-ig terjedő egész x értékekre teljesül. A hozzájuk tartozó y értékeket (5)-ből, a z értékeket (3)-ból kiszámíthatjuk. Tehát az alábbi 7 gyökhármas alkotja a megoldást:

$x = 113$	114	115	116	117	118	119
$y = 112$	110	108	106	104	102	100
$z = 15$	16	17	18	19	20	21