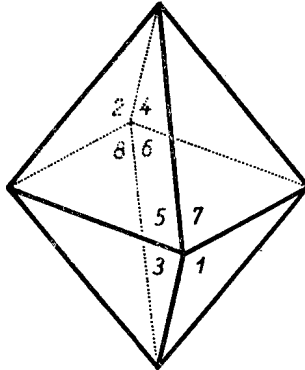


**I. megoldás.** *a)* Először vizsgáljuk meg, hogy a gúla csúcsán átmenő 4 sík hány részre osztja a teret. A 650. feladat megoldásánál (K. M. L. X. kötet, 5. sz.) megmutattuk, hogy három sík, amely egy pontban metszi egymást, a teret nyolc részre bontja, míg egy negyedik sík, mely az előbbiekhöz képest általános helyzetű – tehát a három sík közös pontján nem megy át és sem valamelyik előző síkkal, sem két előző sík metszéspontjával nem párhuzamos – 7 térrészt vág ketté, úgyhogy összesen 15 térrész keletkezik, melyek közül egy térrész véges, a többi végtelen. Ha a negyedik sík a három sík közös pontján megy át, a 15 térrész közül a véges térrész ponttá fajul, azaz 14 térrész jön létre. (Képzeljünk pl. a 151. oldalon az ábrán az  $ABC$  sík helyett a  $D$  ponton átmenő  $ABC$ -vel párhuzamos síkot.)

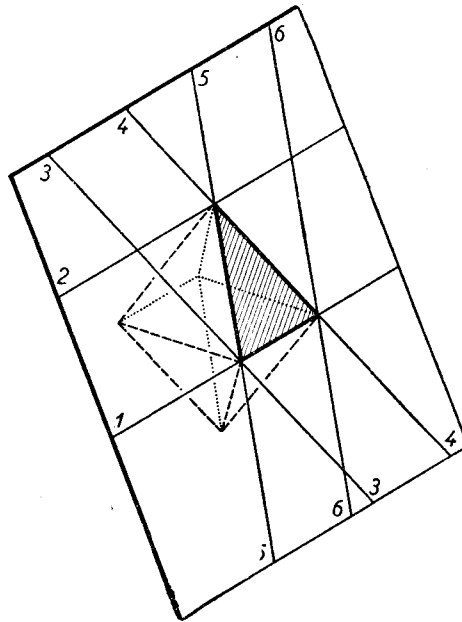
Tekintsük végül az alaplap síkját. Ezt a négy oldallap síkja két párhuzamos egyenespárban metszi, melyek kilenc részre bontják. Minden síkrész egy-egy újonnan keletkező térrészt határol, így összesen  $14 + 9 = 23$  térrész keletkezik.

*b)* Az oktaédert négy párhuzamos síkpár (1, 2; 3, 4; 5, 6; 7, 8) határolja (1. ábra).



1. ábra

Az első síkpár a teret három részre bontja; az első és második síkpár együtt kilenc részre; az első, második és harmadik együtt 27-re. (E három síkpár egy véges térrészt: paralelepipedont határol. Eddig a feladat lényegében egyezik a 650. feladat első részével.) Tekintsük a negyedik síkpár egyik síkját, a 7 jelzésű vonalkázott háromszög síkját (2. ábra).



2. ábra

Ezt az előző hat sík három párhuzamos egyenesben metszi, az ábrán látható módon, pl. az 1 jelzésű egyenes az 1 jelzésű sík metszéspontja a 7. jelzésű vonalkázott síkkal, s i. t. A keletkezett metszéspontok – amint az ábráról leolvasható – a síkot 16 részre bontják, tehát ez a sík 16 térrészt vág ketté, éppígy a vele párhuzamos 8 jelzésű sík is. Összesen tehát  $27 + 2 \cdot 16 = 59$  térrész keletkezik.

Csiszár Imre (Petőfi g. III. o. t.)

**II. megoldás.** Ugyanezt az eljárást követjük, mint az idézett 650. feladat II. megoldásánál.

*a)* A négyzetes gúlából, lapon, élen és csúcson kilépve  $5 + 8 + 5$  új térrészbe jutunk. Észre kell azonban vennünk hogy ezek a térrészek az eredeti gúlával együtt még nem töltik ki teljesen a teret, 4 térrész kimarad. Ezekbe közvetlenül

eljuthatunk a gúla csúcsánál keletkező négyoldalú testszöglet csúcsszögletétől a csúcsszöglet lapjain keresztül. (A térrészek elképzelésénél ne hagyjuk számításon kívül két-két szemközti oldallap síkjának metszésvonalát, melyek a csúcson mennek át és párhuzamosak egy-egy alapéllal.) Összesen tehát  $1 + (5 + 8 + 5) + 4 = 23$  térrész keletkezik.

b) Az oktaéderlapok kiterjesztésével minden lapra egy-egy tetraéder épül rá. Így a térrészek összeszámolásánál figyelembe kell vennünk a tetraéderekből való kilépéssel keletkező új térrészeket is. Az oktaéderből lapon, élen és csúcson kilépve  $8 + 12 + 6$  új térrészbe jutunk. A tetraéderek lapjain kilépve nem jutunk új térrészbe. (Vagy az oktaéderbe jutunk vissza vagy olyan térrészbe kerülünk, amelybe kiléphetünk az oktaéder élén keresztül.) A tetraéder alapélein keresztül (a tetraéder és oktaéder közös élein) szintén nem jutunk új térrészbe, hanem egy lapra épített tetraéderbe. A tetraéder oldalélein keresztül oly térrészekbe jutunk, melyekbe egy másik tetraéder alaplapjának csúcsán át is eljuthatunk. Így végül is minden tetraédernél azt a négy-négy térrészt kell számításba vennünk, amelyekbe a csúcson keresztül jutunk ki. Az összes térrészek száma:  $1 + (8 + 12 + 6) + 8 \cdot 4 = 59$ , melyek az egész teret kitöltik.

*Jedlovsky Pál* (Bp. XIV., Petrik vegyip. t. III. o. t.)