

Legyen az első két test alapköreinek és a gömbnek sugara rendre r_1, r_2, r_3 , köbtartalmaik rendre K_1, K_2, K_3 , a közös felszín pedig F .

Az egyenlő oldalú kúp felszíne

$$(1) \quad \begin{aligned} F &= 3r_1^2\pi, \text{ amiből} \\ r_1 &= \sqrt{\frac{F}{3\pi}}. \end{aligned}$$

Az egyenlő oldalú henger felszíne

$$(2) \quad \begin{aligned} F &= 6r_2^2\pi, \text{ amiből} \\ r_2 &= \sqrt{\frac{F}{6\pi}}. \end{aligned}$$

A gömb felszíne

$$(3) \quad \begin{aligned} F &= 4r_3^2\pi, \text{ amiből} \\ r_3 &= \sqrt{\frac{F}{4\pi}}. \end{aligned}$$

(1), (2) és (3) felhasználásával a megfelelő köbtartalmak:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{r_1^3\pi\sqrt{3}}{3} = \frac{F\sqrt{F}}{3\pi\sqrt{3\pi}} \cdot \frac{\pi\sqrt{3}}{3} = \frac{F\sqrt{F}}{9\sqrt{\pi}}, \\ K_2 &= 2r_2^3\pi = \frac{F\sqrt{F}}{6\pi\sqrt{6\pi}} \cdot 2\pi = \frac{F\sqrt{F}\sqrt{6}}{18\sqrt{\pi}}, \\ K_3 &= \frac{4}{3}r_3^3\pi = \frac{F\sqrt{F}}{4\pi\sqrt{4\pi}} \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{F\sqrt{F}}{6\sqrt{\pi}}. \end{aligned}$$

A keresett arány tehát

$$K_1 : K_2 : K_3 = \frac{1}{9} : \frac{\sqrt{6}}{18} : \frac{1}{6} = 2 : \sqrt{2 \cdot 3} : 3.$$

Biczó Géza (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)