I. megoldás: Legyen a parabola egyenlete $y = 2px$. Felhasználjuk a parabola érintőjének azt a tulajdonságát, hogy az x tengelyből negatív irányban akkora szakaszt vág le, mint az érintési pont abszcisszája, az y tengelyből pedig akkorát, mint az érintési pont ordinátájának fele.

Tehát a keresett mértani hely pontjainak koordinátái

$$x = -x_1, \qquad y = \frac{y_1}{2},$$

amiből

$$x_1 = -x, \qquad y_1 = 2y.$$

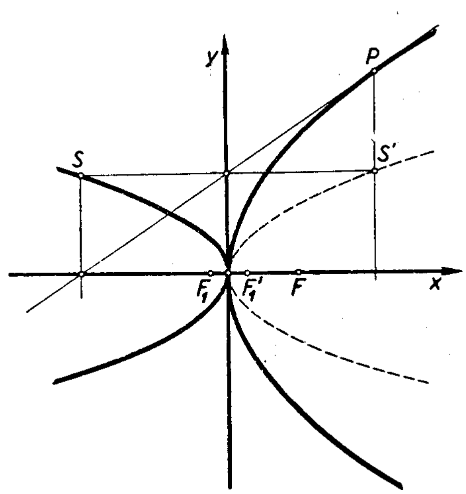
x_1 és y_1 kielégíti a parabola egyenletét, tehát

$$(2y)^2 = 2p(-x),$$

vagyis

$$y^2 = -\frac{p}{2}x.$$

Ez egy parabola egyenlete, melynek csúcsa az origó, tengelye az x tengely negatív fele, paramétere az adott parabola paraméterének negyedrésze (1. ábra).



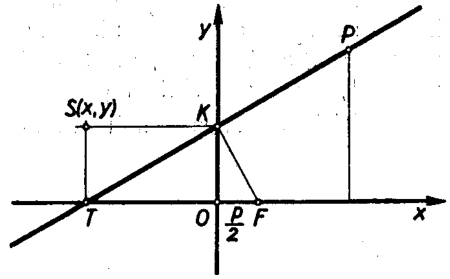
1. ábra

Könnyű belátni, hogy e parabola minden pontjának (kivéve az origót) adjungáltja az eredeti parabola egy érintője.

Kauker János (Veszprém, Lovassy L. g. IV. o. t.)

Megjegyzés: A kiindulási állítás szerint az érintőhöz adjungált pont abszcisszája egyenlő az érintési pont abszcisszájával és vele ellenkező előjelű, az adjungált pont ordinátája pedig az érintési pont ordinátájának a fele. Eszerint az adjungált pontot úgy szerkeszthetjük, hogy az érintési pontnak a parabola tengelyétől mért távolságát felére csökkentjük, majd az így nyert pontot az y tengelyre nézve tükrözzük. Ámde a 618. feladatnál (ld. X. kötet 1. szám, 1955 január, 25–27. old.) bebizonyítottuk, hogy a felezőpontok mértani helye parabola, úgyhogy az adjungált pontok mértani helye ennek a parabolának a tükörképe.

II. megoldás: Felhasználjuk a parabola érintőjének azt a tulajdonságát, hogy a csúcsérintővel való metszéspontján áthaladó, az érintőre merőleges egyenes átmegy a fókuszon.



2. ábra

Eszerint (2. ábra) a $TKF\triangle$ derékszögű, $OF=\frac{p}{2}$, $OK=|y|$, $OT=|x|$, ahol x, y az S pont koordinátái, és így a derékszögű háromszög magasságának mértani közép tulajdonsága szerint $y^2=\frac{p}{2}|x|$, de nyilvánvaló, hogy az S pontok abszcisszái negatívok, tehát a keresett pontok rajta vannak az

$$y^2=-\frac{p}{2}x$$

parabolán. Könnyű belátni, hogy a (0, 0) pont kivételével e parabola minden pontja megfelel a feladatnak.

Pruzsina János (Pécs, Bányaip. t. III. o. t.)