I. megoldás. Annyi számpárt húzhatunk ki, ahány másodosztályú kombináció (a sorrend ugyanis mellékes) képezhető N elemből; tehát az összes lehetséges húzások száma $C_N^2=\binom{N}{2}=\dfrac{N(N-1)}{2}$, és így egy meghatározott számpár kihúzásának valószínűsége $\dfrac{1}{\binom{N}{2}}=\dfrac{2}{N(N-1)}$.

A keresett várható érték:

$$M=v_1x_1+v_2x_2+\ldots+x_i+\ldots+v_{\binom{N}{2}}x_{\binom{N}{2}},$$

ahol $v_1=v_2=\ldots=v_{\binom{N}{2}}=\dfrac{2}{N(N-1)}$ és $x_i\left(i=1,2,\ldots,\binom{N}{2}\right)$ az összes $\dfrac{p}{q}<1$ tört, $p<N$, $q\le N$ feltétel mellett.

Tehát, ha az x_i törteket a nevezők nagysága szerint csoportosítjuk:

$$M=\frac{2}{N(N-1)}\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\ldots+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{N}+\frac{2}{N}+\ldots+\frac{N-1}{N}\right)\right].$$

Mivel (a számtani sorozat összegképletének felhasználásával)

$$\frac{1}{k}+\frac{2}{k}+\ldots+\frac{(k-1)}{k}=\frac{1}{k}\cdot\frac{(k-1)k}{2}=\frac{k-1}{2},$$

azért

$$M=\frac{2}{N(N-1)}\cdot\frac{1}{2}\Big[1+2+3+\ldots+(N-1)\Big]=$$
$$=\frac{2}{N(N-1)}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(N-1)N}{2}=\frac{1}{2}.$$

Biczó Géza (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)

II. megoldás: Bármely – a feltételeknek eleget tevő – tört keletkezésének valószínűsége egyenlő. A várható érték tehát az összes lehetséges törtek számtani közepe, vagyis

$$M=\frac{t_1+t_2+\ldots+t_k}{k}. \tag{1}$$

Könnyen belátható, hogy az

$$(1-t_1),\ (1-t_2),\ \ldots,\ (1-t_k)$$

sorozat ugyancsak az összes, feltételeinknek eleget tevő, törteket tartalmazza, tehát

$$M=\frac{(1-t_1)+(1-t_2)+\ldots+(1-t_k)}{k}. \tag{2}$$

(1) és (2) összege

$$2M=\frac{1+1+\ldots+1}{k}=\frac{k}{k}=1,$$

és így

$$M=\frac{1}{2}.$$

Bártfai Pál (Bp. I., Petőfi g. IV. o. t.)