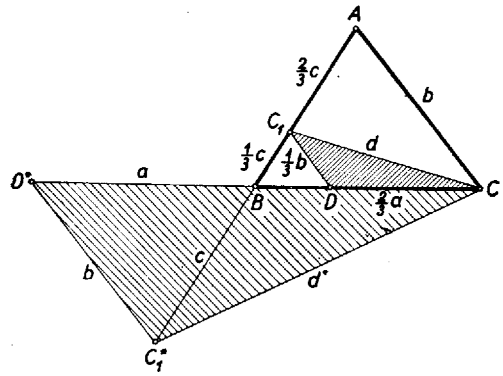
Képzeljük a feladatot megoldottnak. A C_1, pont lehet az AB szakaszon (l. típus), vagy pedig az AB oldal meghosszabbításán (2. típus – az 1. ábrán *-gal jelölve).



1. ábra

A C_1, (ill. C_1^*) ponton át a b oldallal húzott párhuzamos messe a $BC = a$ oldalt, a D (ill. D^*) pontban. A feladat értelmében a keletkezett $C_1DC\triangle$ oldalai: $C_1D = \dfrac{1}{3}b$, $DC = \dfrac{2}{3}a$, $CC_1 = d$ míg a keletkezett $C_1^*D^*C\triangle$ oldalai: $C_1^*D^* = b$, $D^*C = 2a$, és $CC_1^* = d$. Mindkét háromszögnek mindhárom oldala adott, tehát megszerkeszthető. E háromszögek birtokában a keresett $ABC\triangle$ megszerkesztése már nem probléma.

Az 1. típus esetén a megoldhatóság szükséges és elégséges feltétele, hogy $d < \dfrac{2}{3}a + \dfrac{1}{3}b = \dfrac{2a+b}{3}$. A 2. típusnál a megoldhatóság szükséges és elégséges feltétele, hogy $b + d > 2a$, vagyis $d > |2a - b|$.

Mindkét típusú megoldás csak akkor lehetséges, ha

$$|2a - b| < d < \frac{2a+b}{3}. \tag{1}$$

Vizsgáljuk meg, hogy milyen feltételeket kell a és b-nek kielégítenie, hogy (1) teljesülhessen.

Három esetet kell megkülönböztetni:

$$1.\ 0 < 2a - b, \qquad 2.\ 0 < b - 2a \qquad \text{és} \qquad 3.\ 0 = b - 2a$$

A (3) esetben (1) mindig teljesül.

Az 1. esetben, azaz ha $\dfrac{b}{2} < a$

$$2a - b < \frac{2a+b}{3}, \qquad 6a - 3b < 2a + b, \qquad 4a < 4b,$$

azaz

$$\frac{b}{2} < a < b.$$

A 2. esetben, vagyis ha a $a < \dfrac{b}{2}$

$$b - 2a < \frac{2a+b}{3}, \qquad 3b - 6a < 2a + b, \qquad 2b < 8a,$$

azaz

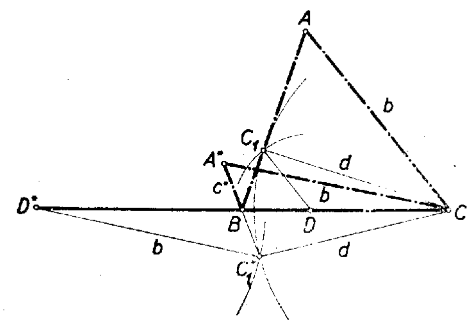
$$\frac{b}{4} < a < \frac{b}{2}.$$

Tehát

$$\frac{b}{4} < a < b \tag{2}$$

esetén áll fenn (1)
és ha most

α) $|2a - b| < d < \dfrac{2a+b}{3}$, akkor feladatunknak 2 (egy 1. és egy 2. típusú) megoldása van (2. ábra).



2. ábra

β) $d < |2a - b|$, akkor csak egy
1. típusú megoldás van,

γ) $\dfrac{2a+b}{3} < d$, akkor csak egy
2. típusú megoldás van.

Ha

(3) $$b < a, \qquad \text{vagy} \qquad 0 < a < \frac{b}{4}$$

akkor

$$\frac{2a+b}{3} < |2a - b|$$

és ez esetben, ha

α) $\dfrac{2a+b}{3} < d < |2a - b|$, akkor egyáltalán nincs megoldás,

β) $d < \dfrac{2a+b}{3}$, akkor csak egy 1. típusú,

γ) $|2a - b| < d$, akkor csak egy 2. típusú megoldás van.

Ha

(4) $$a = b$$

akkor $\dfrac{2a+b}{3} = 2a - b = a$ és így ha

α) $d < a = b$, akkor csak egy 1. típusú

β) $a = b < d$, akkor csak egy 2. típusú megoldás van.

γ) $a - b = d$-hez nem tartozik valódi háromszög.

Végül ha

(5) $$a = \frac{b}{4},$$

akkor $\dfrac{2a+b}{3} = b - 2a = \dfrac{b}{2}$, és így, ha most

α) $d < \dfrac{b}{2}$, akkor csak egy 1. típusú,

β) $d > \dfrac{b}{2}$, akkor csak egy 2. típusú megoldás van.

γ) $d = \dfrac{b}{2}$ esetén a háromszög egyenesszakasszá fajul.

Megfelelő taglalást senki sem küldött be.