I. megoldás: Legyen $\operatorname{tg}\alpha=\lambda$, $\operatorname{tg}\beta=2\lambda$, $\operatorname{tg}\gamma=3\lambda$.

$$\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\left[180^\circ-(\alpha+\beta)\right]=-\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\,\alpha\,\operatorname{tg}\beta}$$

vagyis

$$3\lambda=-\frac{\lambda+2\lambda}{1-\lambda\cdot 2\lambda}=-\frac{3\lambda}{1-2\lambda^2},$$

amiből

$$1-2\lambda^2=-1,$$

azaz

$$\lambda^2=1.$$

Mivel λ nem lehet negatív (mert akkor a háromszög minden szöge derékszögnél nagyobb volna), azért $\lambda=1$, és így

$$\operatorname{tg}\alpha=1,\qquad \operatorname{tg}\beta=2,\qquad \operatorname{tg}\gamma=3.$$

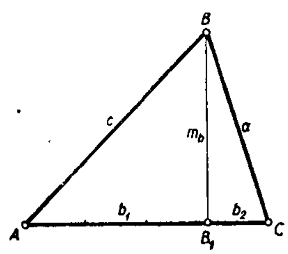
Tehát

$$a:b:c=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma=\frac{\operatorname{tg}\,\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\,\alpha}}:\frac{\operatorname{tg}\,\beta}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\,\beta}}:\frac{\operatorname{tg}\gamma}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\,\gamma}}=$$
$$=\frac{1}{\sqrt2}:\frac{1}{\sqrt5}:\frac{1}{\sqrt{10}}=\sqrt5:2\sqrt2:3.$$

Zawadowski Alfréd (Bp., I. Petőfi g. III. o. t.)

II. megoldás: Az I. megoldás alapján $\operatorname{tg}\alpha=1$, $\operatorname{tg}\beta=2$, $\operatorname{tg}\gamma=3$.

Szerkesztünk olyan háromszöget, amelyben a b oldalhoz tartozó magasság $BB_1=m_b=3$ (l. ábrát) és a b oldalon lévő két metszet $AB_1=b_1=3$ és $B_1C=b_2=1$.



E háromszögben tényleg $\operatorname{tg}\alpha=1$, $\operatorname{tg}\gamma=3$ és $\operatorname{tg}\beta=-\dfrac{1+3}{1-3}=2$.

E háromszög oldalai

$$a=\sqrt{m_b^2+b_2^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10},$$
$$b=b_1+b_2=4,$$

és

$$c=\sqrt{m_b^2+b_1^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}.$$

Tehát

$$a:b:c=\sqrt{10}:\sqrt{16}:\sqrt{18}=\sqrt5:\sqrt8:\sqrt9=\sqrt5:2\sqrt2:3.$$

Lázár László (Mezőkövesd, I. László g. III. o. t.)