Példaképpen vegyük a pozitív értékekre értelmezett $\sqrt{xy}$ függvényt. Erre képezve a szimmetrikus Jensen-egyenlőtlenségben szereplő két oldal különbségét:

$$\sqrt{\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)}-\frac{\sqrt{x_1y_1}+\sqrt{x_2y_2}}{2}=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{(x_1+x_2)(y_1+y_2)-\left(\sqrt{x_1y_1}+\sqrt{x_2y_2}\right)^2}{\sqrt{(x_1+y_2)(y_1+y_2)}+\sqrt{x_1y_1}+\sqrt{x_2y_2}}.$$

Itt a nevező pozitív, a számláló így alakítható tovább a négyzet tagokra bontása és összevonás után:

$$x_1y_2+x_2y_1-2\sqrt{x_1y_1x_2y_2}.$$

Itt az első két tag az x_1y_2 és x_2y_1 számok számtani közepének, a kivonandó pedig mértani közepüknek a kétszerese. Így a különbség nem lehet negatív. A kifejezés értéke 0 lehet azonban, ha $x_1y_2=x_2y_1$, azaz $x_1/y_1=x_2/y_2$. A felület tehát tágabb értelemben konkáv. Az (x,y) síkon a kezdő ponton átmenő egyenesek fölött a felületen is egyenesek húzódnak.

A $\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,(a^x+a^y)$ függvényre

$$\frac{\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,(a^{x_1}+a^{y_1})+\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,(a^{x_2}+a^{y_2})}{2}=\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,\sqrt{(a^{x_1}+a^{y_1})(a^{x_2}+a^{y_2})}\geq$$
$$\geq\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,(\sqrt{a^{x_1+y_1}}+\sqrt{a^{x_2+y_2}})=\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,\left(a^{\frac{x_1+z_1}{2}}+a^{\frac{x_2+y_2}{2}}\right)$$

az előbb bizonyított egyenlőtlenség szerint feltéve, hogy $a>1$. Egyenlőség akkor állhat, ha $a^{x_1-y_1}=a^{x_2-y_2}$. Ha $0<a<1$, akkor a fordított egyenlőtlenség érvényes, tehát $\overset{\overset{a}{\smile}}{\log}\,(a^x+a^y)$ tágabb értelemben konvex, ha $a>1$ és tágabb értelemben konkáv, ha $0<a<1$.

Vizsgáljuk most az $x^{q_1}x^{q_2}$ függvényt ha x, y, q_1 és q_2 pozitív és $q_1+q_2=1$. Itt az

$$\frac{x_1^{q_1}y_2^{q_2}+x_2^{q_1}y_2^{q_2}}{2}\quad\text{és}\quad\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^{q_1}\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^{q_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2)^{q_1}(y_1+y_2)^{q},$$

kifejezéseket kell összehasonlítanunk. A kettő hányadosát fogjuk tudni alkalmasan átalakítani, felhasználva, hogy két mennyiség súlyozott mértani közepe kisebb az ugyanazon súlyokkal súlyozott számtani középnél.

$$\frac{x_1^{q_1}y_1^{q_2}+x_2^{q_1}y_2^{q_2}}{(x_1+x_2)^{q_1}(y_1+y_2)^{q_2}}=\left(\frac{x_1}{x_1+x_2}\right)^{q_1}\left(\frac{y_1}{y_1+y_2}\right)^{q_2}+\left(\frac{x_2}{x_1+x_2}\right)^{q_1}\left(\frac{y_2}{y_1+y_2}\right)^{q_2}\leq$$
$$\leq q_1\,\frac{x_1}{x_1+x_2}+q_2\,\frac{y_1}{y_1+y_2}+q_1\,\frac{x_2}{x_1+x_2}+q_2\,\frac{y_2}{y_1+y_2}=q_1+q_2=1.$$

Egyenlőség akkor állhat, ha

$$\frac{x_1}{x_1+x_2}=\frac{y_1}{y_1+y_2}\quad\text{és}\quad\frac{x_2}{x_1+x_2}=\frac{y_2}{y_1+y_2},$$

azaz, ha $x_1/y_1=x_2/y_2$. Az $x^{q_1}y^{q_2}$ függvény tehát, ha $q_1+q_2=1$, tágabb értelemben konkáv. Hasonlóan az $x_1^{q_1}x_2^{q_2}\,\ldots\,x_n^{q_n}$ függvényre, ha x_1, x_2, …, x_n; y_1, y_2, …, y_n; q_1, q_2, …, q_n pozitív és $q_1+q_2+\ldots+q_n=1$, akkor

$$\frac{\dfrac{x_1^{q_1}x_2^{q_2}\ldots x_n^{q_n}+y^{q_1}y^{q_2}\ldots y_n^{q_n}}{2}}{\left(\dfrac{x_1+y_1}{2}\right)^{q_1}\left(\dfrac{x_2+y_2}{2}\right)^{q_2}\ldots\left(\dfrac{x_n+y_n}{2}\right)^{q_n}}=$$
$$=\left(\frac{x_1}{x_1+y_1}\right)^{q_1}\left(\frac{x_2}{x_2+y_2}\right)^{q_2}\ldots\left(\frac{x_n}{x_n+y_n}\right)^{q_n}+\left(\frac{y_1}{x_1+y_1}\right)^{q_1}\left(\frac{y_2}{x_2+y_2}\right)^{q_2}\ldots\left(\frac{y_n}{y_n+y_n}\right)^{q_n}\leq$$
$$\leq q_1\,\frac{x_1}{x_1+y_1}+q_2\,\frac{x_2}{x_2+y_2}+\ldots+q_n\,\frac{x_n}{x_n+y_n}+q_1\,\frac{y_1}{x_1+y_1}+q_2\,\frac{y_2}{x_2+y_2}+\ldots+q_n\,\frac{y_n}{x_n+y_n}=$$
$$=q_1+q_2+\ldots+q_n=1.$$

A függvény tehát ismét tágabb értelemben konkáv. Írjuk fel a k tagú szimmetrikus egyenlőtlenséget. Jelöljünk k számú szám n-est $\left(x_1^{(1)},x_2^{(1)},\ldots,x_n^{(1)}\right)$, $\left(x_1^{(2)},x_2^{(2)},\ldots,x_n^{(2)}\right)$, …, $\left(x_1^{(k)},x_2^{(k)},\ldots,x_n^{(k)}\right)$-val, ekkor

$$\left(\frac{x_1^{(1)}+x_1^{(2)}+\ldots+x_1^{(k)}}{k}\right)^{q_1}\left(\frac{x_2^{(1)}+x_2^{(2)}+\ldots+x_2^{(k)}}{k}\right)^{q_2}\ldots\left(\frac{x_n^{(1)}+\ldots+x_n^{(k)}}{k}\right)^{q_n}\geq$$
$$\geq\frac{x_1^{(1)q_1}x_2^{(1)q_2}\ldots x_n^{(1)q_n}+x_1^{(2)q_1}\ldots x_n^{(2)q_n}+\ldots+x_1^{(k)q_1}x_2^{(k)q_2}\ldots x_n^{(k)q_n}}{k}.$$

Itt, mivel $q_1 + q_2 + \ldots q_n = 1$, a nevezőket el is hagyhatjuk.