I. megoldás: a) Egyenlőtlenségünk így is írható

$$\frac{x(x+1)}{x-1}-3=\frac{x(x+1)-3(x-1)}{x-1}=\frac{x^2-2x+3}{x-1}=\frac{(x-1)^2+2}{x-1}>0.$$

Az $x=1$ értéket kizárjuk, mert ez esetben a baloldalon álló tört nincs értelmezve. Mivel a számláló mindig pozitív, a nevező pedig csak $x>1$ esetén pozitív, azért egyenlőtlenségünk

$$x>1$$

esetén, és csakis akkor, igaz.

b) Egyenlőtlenségünket ismét átalakítjuk hasonló módon

$$\frac{x(x+1)}{x-1}-6=\frac{x^2-5x+6}{x-1}=\frac{(x-2)(x-3)}{x-1}>0.$$

Az $x=1$ értéket ismét ki kell zárni.

A haloldalon pozitív, ha

1. a számláló mindkét tényezője és a nevező is pozitív. Ez teljesül, ha

$$x>3.$$

2. A számláló mindkét tényezője negatív és a nevező pozitív. Ez az

$$1<x<2$$

értékekre teljesül.

3. A számláló két tényezője ellentétes előjelű (tehát $2<x<3$), de ugyanakkor a nevező negatív ($x<1$), ilyen érték azonban – mint látjuk – nincs.

A megoldás tehát

$$1<x<2, \qquad 3<x.$$

Szentai Endre (Bp., VI., Kölcsey g. II. o. t.)

II. megoldás: a) Az $x=1$ értéket kizárjuk.

1. Ha $x-1>0$, vagyis $x>1$, akkor $(x-1)$-gyel szorozva egyenlőtlenségünk mindkét oldalát, az egyenlőtlenségi jel változatlan marad:

$$x(x+1)>3(x-1),$$

vagyis

$$x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0.$$

Ez x minden értékeinél teljesül.

2. Ha $x<1$, azaz $x-1<0$, akkor $(x-1)$-gyel szorozva egyenlőtlenségünk mindkét oldalát az egyenlőtlenségi jel megfordul:

$$x(x+1)<3(x-1),$$

azaz

$$x^2-2x+3=(x-1)^2+2<0,$$

amely egyenlőtlenség semmiféle valós x érték nem elégíti ki.

Tehát a megoldás 1. alapján

$$x>1.$$

b) Az $x=1$ értéket ismét kizárjuk.

1. Ha $x\geq 1$, vagyis $x-1>0$, akkor

$$x(x+1)>6(x-1),$$

vagyis

$$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)>0$$

mi teljesül, ha

$$x>3, \quad \text{vagy} \quad \text{x}<2.$$

2. Ha $x<1$, vagyis $x-1<0$, akkor

$$x(x+1)<6(x-1)$$

azaz

$$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)<0.$$

Ami csak $2<x<3$ esetén teljesül, de ez ellentmond a feltevésnek ($x<1$)

Tehát a megoldás 1. alapján

$$x>3, \qquad 1<x<2.$$

Quittner Pál (Bp., I., Petőfi g. II. o. t.)