

a) Ez esetben már a fiók kihúzása dönt. Mindkét fiók kihúzása egyenlő valószínű, de csak egyik kihúzása kedvező és így a keresett valószínűség

$$v_1 = \frac{1}{2}.$$

b) Az érmét tartalmazó fiók kihúzásának valószínűsége $\frac{1}{2}$, mint az a) esetben. Ha már kihúztuk a kedvező fiókot, akkor még mindig a két doboz között kell választani. Az érmés doboz választásának valószínűsége szintén $\frac{1}{2}$. Mivel a fiók kihúzása és a doboz választása egymástól független események, ezért a szorzástétel alapján a keresett valószínűség

$$v_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

c) Ez esetben az érme $\frac{1}{3}$ valószínűséggel van bármelyik dobozban. Az érme megtalálásának kétféle módja van:

1. Kihúzzuk az 1 dobozt tartalmazó fiókot, aminek valószínűsége $\frac{1}{2}$. Annak a valószínűsége, hogy ebben a dobozban van az érme $\frac{1}{3}$. Tehát így módon az érmét $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ valószínűséggel találjuk meg.

2. Kihúzzuk a 2 dobozt tartalmazó fiókot, aminek valószínűsége $\frac{1}{2}$. Annak valószínűsége, hogy az érme ebben a fiókban van $\frac{2}{3}$. A helyes doboz választásának valószínűsége ismét $\frac{1}{2}$. A szorzástétel felhasználásával, annak valószínűsége, hogy ilyen módon találjuk meg az érmét $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Mivel a fenti két eset kizárja egymást, azért az összeadási tételt (vagy-vagy) alkalmazva a keresett valószínűségén

$$v_3 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

Úgy is okoskodhattunk volna: A három doboz most teljesen egyenlő szerepet játszik, tehát az érmés doboz megtalálásának valószínűsége, függetlenül a fiókoktól, ugyanaz mint bármely másik dobozé, vagyis $\frac{1}{3}$.

Helytelen azonban a következő gondolatmenet. Vagy az a), vagy a b) esettel állunk szemben. Az előbbi esetben $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, az utóbbiban $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ valószínűséggel találjuk meg az érmét, tehát a keresett valószínűség $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$. A hiba ott van, hogy az a) és b) esetek nem egyenlően valószínűek, mert az a) eset valószínűsége $\frac{1}{3}$, míg a b) eseté $\frac{2}{3}$.

Tényleg $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

Orlik Péter (Bp., V., Eötvös g. I.o.t.)