

Két érintkező, egymáshoz képest mozgó felület közötti  $\mu$  csúszási súrlódási együtthatót az

$$S = \mu N$$

egyenletből kaphatjuk meg, ahol  $S$  a két test között ható súrlódási erő,  $N$  pedig a nyomóerő. (Az érintkező testek közötti erőhatást általában nem az erő nagyságának és irányának megadásával jellemezzük, hanem az erőnek az érintkezési felületre merőleges és az érintkezési felülettel párhuzamos komponenseit adjuk meg. Az előbbi neve a nyomóerő, az erre merőleges a súrlódási erő.)

Két érintkező, egymáshoz képest mozdulatlan felület közötti  $\mu_0$  tapadási súrlódási együtthatót pedig az

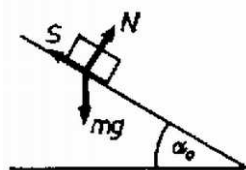
$$S \leq \mu_0 N$$

egyenlőtlenségből kaphatjuk meg. A tankönyvek szerint általában  $\mu < \mu_0$ . Feladatunk ennek a viszonynak a kísérleti vizsgálata.

A csúszási súrlódási együttható méréséhez tehát a súrlódási erő és a nyomóerő arányát kell meghatároznunk, a tapadási súrlódási együttható méréséhez pedig az összetapadt testekre a legnagyobb  $S/N$  arányt, ami még éppen nem indítja meg a relatív elmozdulást. A következőkben néhány lehetséges módszert mutatunk be. *1. módszer* (Salamon Ágnes, Miskolc, Kilián Gy. G. III. o. t.). A legegyszerűbb elrendezés az, hogy vízszintes felületre helyezett testet húzunk vízszintes rugós erőmérő segítségével. Megfigyeljük, hogy mekkora az elindulást közvetlenül megelőző legnagyobb mért erő ( $S_0$ ), majd mekkora az egyenletes csúszás közben mért erő ( $S$ ). A súrlódási együtthatók ( $m$  a test tömege):

$$\mu = S/(mg), \quad \mu_0 = S_0/(mg).$$

Ez a módszer eléggé pontatlan, hiszen kis különbségeket kell kimutatni az aránylag bizonytalanul leolvasható rugós erőmérővel. *2. módszer* (Bedey György, Szolnok, Koltói A. úti Ált. isk. 8. o. t.). A vízszintes lapon levő testre kötött fonalat átvetjük az asztal szélére szerelt állócsigán, a fonál másik végére pedig serpenyőt szerelünk. A serpenyőbe óvatosan homokot szórunk, amíg meg nem mozdul a test. A tömegek ismeretében kiszámíthatjuk  $\mu_0$ -at. A  $\mu$  csúszási súrlódási együtthatót úgy határozhatjuk meg, hogy annyi homokot szórunk a serpenyőbe, hogy meglökve a testeket egyenletes – igen lassú – mozgás jöjjön létre. A módszer hibáját növeli az állócsiga súrlódása, de az ebből eredő bizonytalanság kellően gondos kivitelezéssel kiküszöbölhető.



1. ábra

*3. módszer* (Balogh Illés, Nagykanizsa, Mező F. Gimn. III. o. t.). A legkézenfekvőbb mérési elrendezés a lejtőn levő test vizsgálata, hiszen a lejtő hajlásszögével kényelmesen változtathatjuk az  $S/N$  arányt. Az 1. ábrán az  $\alpha_0$  hajlásszögű lejtőn levő  $m$  tömegű testre ható erőket rajzoltuk fel. Ha a test nyugalomban van (a súrlódás megakadályozza a lecsúszást), az egyensúly egyenletei:

$$\begin{aligned} 0 &= mg \sin \alpha_0 - S, \\ 0 &= mg \cos \alpha_0 - N, \end{aligned}$$

továbbá érvényes az

$$S \leq \mu_0 N$$

egyenlőtlenség is. Innen a

$$\mu_0 \geq \operatorname{tg} \alpha_0$$

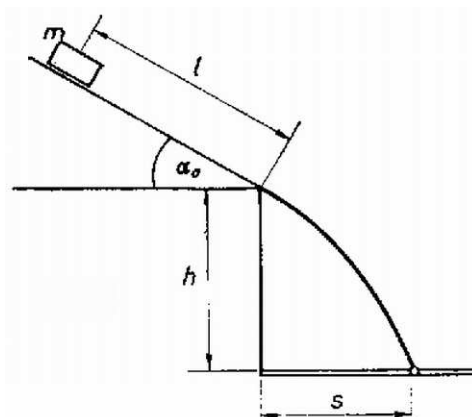
egyenlőtlenség adódik. Így, ha a lejtő hajlásszögét addig növeljük, amíg a lejtőn levő test meg nem indul, a meginduláshoz tartozó  $\alpha_0$  hajlásszögből  $\mu_0$ -at meghatározhatjuk.

Ha úgy állítjuk be a lejtő  $\alpha$  hajlásszögét, hogy a testet meglökve az egyenletesen csúszik lefelé, a

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha$$

egyenletből kapjuk meg a csúszó súrlódási együtthatót.

*Furó István* (Nagykanizsa, Landler J. Gimn. IV. o. t.) a lejtőt egy alkalmas (csengőreduktorból készült) váltóáramú elektromágnessel rezgette. Így  $\alpha$  meghatározásánál is elég volt az induláshoz tartozó szöveget leolvasni. *4. módszer* (Furó István). Lejtő segítségével közvetlenül meghatározhatjuk a  $\mu_0 - \mu$  különbséget. Eredetileg a  $h$  magasságú asztal szélére helyezett lejtőn a lejtő aljától  $l$  távolságra nyugszik a test (2. ábra). A lejtő hajlásszögét óvatosan növelve egyszer megindul a test. A földre helyezett indigós papírral vagy más hasonló módon meghatározzuk az  $s$  távolságot.



2. ábra

Csúszás közben a lejtő  $\alpha_0$  hajlásszögére teljesül a

$$\mu_0 = \operatorname{tg} \alpha_0$$

egyenlet. A test mozgásegyenletei ( $a$  a test gyorsulása a lejtőn lefelé):

$$ma = mg \sin \alpha_0 - S,$$

$$0 = mg \cos \alpha_0 - N,$$

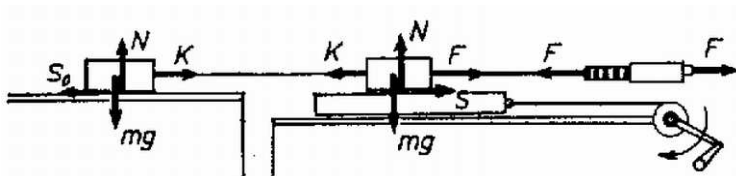
továbbá

$$S = \mu N.$$

Az egyenletesen gyorsuló mozgás és a ferde hajítás összefüggéseit felhasználva kifejezhetjük a lejtő és a test közötti tapadási és csúszási súrlódási együttható különbségét:

$$\mu_0 - \mu = \frac{s/l}{4[(h/s) - \operatorname{tg} \alpha_0] \cos^3 \alpha_0}.$$

$s$ ,  $l$ ,  $h$  és  $\alpha_0$  értékeit ismerve így közvetlenül megkaphatjuk a keresett különbséget. Természetesen  $\mu_0 = \operatorname{tg} \alpha_0$  is ismert. A közegellenállás és  $s$  mérésének bizonytalansága (szögletes testeknél) növeli a mérési hibát.



3. ábra

5. módszer (Furó István). A 3. ábrán vázolt elrendezésben két azonos anyagból készült  $m$  tömegű testet összekötünk egy fonállal. A bal oldali test egy rögzített asztalon nyugszik, a jobb oldali test alatt pedig egy lapos, az asztal szélére szerelt egyszerű szerkezettel megközelítőleg állandó sebességgel mozgatható hasáb van. A hasáb és a bal oldali asztal felületének anyaga azonos. A súrlódási együtthatók különbségét úgy mérjük le, hogy megfigyeljük, hogy a szerkezet állandó csavarása közben mekkora  $F$  erőt kell kifejtenünk a rugós erőmérőre ahhoz, hogy megmozdítsuk a testeket. Ez az  $F$  erő éppen az  $S_0 - S$  különbséget adja meg:

$$\mu_0 - \mu = F/(mg).$$

Ennél a módszernél ugyan az aránylag pontatlan rugós erőmérőt használjuk, de mivel a mérés közvetlenül a  $\mu_0 - \mu$  különbséget adja meg, az ismertetett módszerek közül talán ez a legpontosabb.

Furó István a következő eredményeket kapta (a mozgó testek tömege 250 g és 500 g között volt):

Anyagpár	Módszer							
	1			3			4	5
	$\mu_0$	$\mu$	$\mu_0 - \mu$	$\mu_0$	$\mu$	$\mu_0 - \mu$	$\mu_0 - \mu$	$\mu_0 - \mu$
Fa—alumnium	0,27	0,22	0,05	0,29	0,24—0,25	0,04—0,05	0,07	0,06
Papír—fa	0,35	0,27	0,08	0,365	0,29	0,075		0,09
Dörzspapír—dörzspapír	1,0	0,8—0,9	0,1—0,2	1,0	0,8—0,95	0,05—0,2		0,2
Műanyag—fa	~ 0,2	~ 0,2	0	0,23	0,21	0,02	0,03	~ 0,03
Gumi—fa	~ 0,8	*		0,85—0,85	0,55	0,1—0,2		0,1—0,2
Durva fa—durva fa	0,55	0,85—0,38	0,17—0,2	0,5	0,35	0,15	0,1	0,15
Acél—dörzspapír	0,43	0,30	0,13	0,45	0,35	0,1		0,12
Üveg—fa	0,40	0,25	0,15	0,39	0,25	0,14	0,1	0,13
Üveg—gumi	~ 0,8	*		0,85—0,9	0,85—0,9	0		*
Gumi—dörzspapír	1,1	0,9	0,2	1,07	*			*
Gumi—gumi	1,0	*		1,15	*			*
Papír—dörzspapír	0,55	0,42	0,13	0,50	0,39	0,11		0,15
Fa—fa	0,35	0,27	0,08	0,32	0,25	0,07	0,09	0,1
Fa—fa (olajozva)	0,15	0,10	0,05	0,15	0,11	0,04	0,05	0,05
Gumi—gumi (olajozva)	1,2	0,8	0,4	1,24	*			0,2
Gumi—aszfalt (száraz)	0,85—0,9	0,6—0,7	0,2					
Gumi—aszfalt (nedves)	0,8—0,85	0,4—0,46	0,2					
Gumi—beton (száraz)	0,8	0,8	0,2					
Gumi—beton (nedves)	0,8	0,45—0,5	0,1—0,15					

(A \*-gal jelzett esetekben a mérés nem volt elvégezhető.)

A mérési eredményeket tanulmányozva több érdekességet figyelhetünk meg. Ezek fizikai magyarázatát, illetve a mérési eredményeinek a gyakorlati élettel való kapcsolatát több megoldó részletezte.