I. Megoldás: Bontsuk a sokszöget háromszögekre úgy, hogy a kör középpontját összekötjük a sokszög csúcsával. Ha az érintő sokszög oldalait $a_1, a_2, \ldots, a_n$-nel jelöljük, akkor területe a háromszögek területének összege, vagyis

$$t = \frac{a_1 r}{2} + \frac{a_2 r}{2} + \ldots + \frac{a_n r}{2} = \frac{r}{2}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = \frac{r}{2} \cdot 2s = rs.$$

A szerkesztendő szabályos háromszög területe, ha oldalát x-szel jelöljük, $\frac{x^2}{4}\sqrt{3}$.

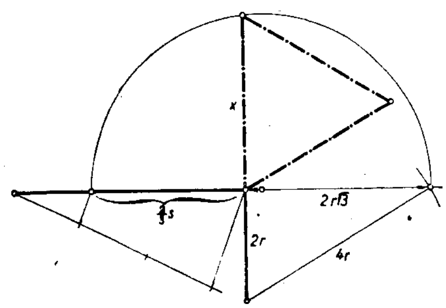
Tehát

$$\frac{x^2}{4}\sqrt{3} = rs,$$

ahonnan

$$x^2 = \frac{4rs}{\sqrt{3}} = \frac{4rs\sqrt{3}}{3} = \frac{2s}{3} \cdot 2r\sqrt{3}$$

Tehát x mértani középarányos $\frac{2}{3}s$ és $2r\sqrt{3}$ között. $2r\sqrt{3}$-at pl. olyan derékszögű háromszög befogójaként kapjuk, melynek átfogója $4r$ és másik befogója $2r$. ($r\sqrt{3}$ az adott körbe írt szabályos háromszög oldalaként is kapható.)

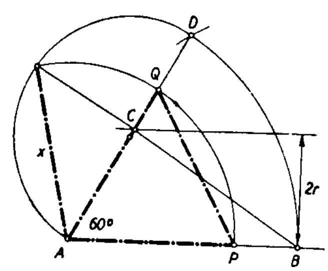


1. ábra

A szerkesztés, amely az 1. ábráról leolvasható mindig elvégezhető, de értelme csak akkor van, ha $2s > 2\pi r$, vagyis $s > \pi r$, mert a sokszög csak akkor létezik, ha kerülete nagyobb a kör kerületénél.

Tarlacz László (Szombathely, Nagy Lajos g. 11. o. t.)

II. megoldás: Láttuk, hogy az érintősokszög területe $\left(sr = \frac{s \cdot 2r}{2}\right)$ olyan háromszög területével egyenlő, amelynek pl. $AB = c$ oldala s és m_c magassága $2r$. Az α szög még szabadon választható. Legyen $\alpha = 60^\circ$ (2. ábra).



2. ábra

Képzeljük az $ABC\triangle$-et átalakítva egy vele egyenlő területű $APQ\triangle$-gé közös A csúcsponttal és közös α szöggel. Ezen esetben nyilván

$$AB \cdot AC \sin\alpha = AP \cdot AQ \sin\alpha,$$

vagyis

$$AB \cdot AC = AP \cdot AQ$$

Ha $AP = AQ = x$, akkor

$$x^2 = AB \cdot AC = AD \cdot AC.$$

x ennek alapján ismert módon szerkeszthető, amint azt a 2. ábra mutatja.

Nagy Sándor (Hajdúböszörmény, Bocskai g. II. o. t.)