I. megoldás: Jelöljük az adott körök sugarait r_1, r_2 és r_3-mal, a keresett körgyűrű külső és belső körének sugarát R ill. r-rel.

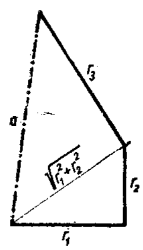
A feladat szerint

$$(R^2 - r^2)\pi = (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)\pi,$$

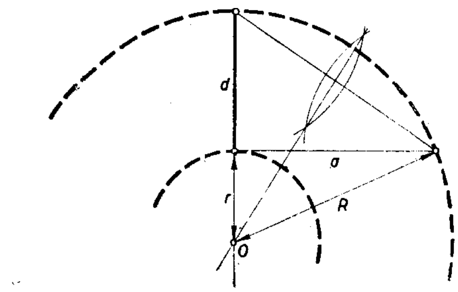
vagyis

$$\sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2} = a.$$

Az a távolság, a Pythagoras-tétel kétszer egymásutáni alkalmazásával, egyszerűen megszerkeszthető (1. ábra). Az a geometriai jelentése: egyrészt azon kör sugara, amelynek területe egyenlő az adott 3 kör területének összegével, másrészt, Pythagoras tétele alapján, nem egyéb, mint a keresett körgyűrű külső körében azon húr fele, amely érinti a belső kört (2. ábra).



1. ábra



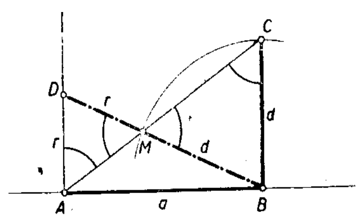
2. ábra

Eszerint derékszögű háromszöget szerkesztünk, amelynek egyik befogója a megszerkesztett a távolság és másik befogója a körgyűrű adott szélessége d. A keresett körgyűrű külső köre átmegy e derékszögű háromszög átfogójának végpontjain és az O középpontja a d befogót hordozó egyenesen van. A koncentrikus belső kör sugara $r = R - d$. E belső kör tehát érinti az a befogót a derékszög csúcspontjában.

A megoldhatóság feltétele, hogy O a d meghosszabbításán legyen, vagyis, hogy $a > d$, azaz $\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2} > d$. Ha $a = d$, akkor a belső kör ponttá és a körgyűrű a sugarú körré fajul.

Roboz Ágnes (Bp. VI., Varga Katalin lg. II. o. t.)

II. Megoldás: a-ból és d-ből ($d < a$) a keresett R és r távolságok a következőképpen is szerkeszthetők: Az $a = AB$ távolság mindkét végpontjában, ugyanabban az irányban, merőleges félegyeneseket emelünk. A B-ben emelt merőlegesre felmérjük a $BC = d$ távolságot (3. ábra).



3. ábra

A $BC = d$ sugárral B körül rajzolt kör messe az AD átfogót M-ben. A BM egyenes és az A-ban AB-re emelt merőleges metszéspontja legyen D. Akkor nyilván az ábrában ívekkel jelölt szögek egyenlők és így $DA = DM$.

Mivel $a^2 = R^2 - r^2 = (r + d)^2 - r^2$, ezért $DA = DM = r$ és $DB = r + d = R$.

Beleznay Ferenc (Bp. V., Piarista g. II. o. t.)

III. megoldás: $a^2 = R^2 - r^2 = (R + r)(R - r) = 2 \cdot \dfrac{R + r}{2} d.$

$\dfrac{R + r}{2}$ geometriai értelme: a »középkör« sugara. Utóbbit ϱ-val jelölve

$$a^2 = 2d\varrho,$$

amiből, a és d ismeretében, ϱ (a tankönyvben tárgyalt) többféle módon megszerkeszthető. $\varrho + \dfrac{d}{2} = R$ és $\varrho - \dfrac{d}{2} = r$.