x^n-t jelöljük y-nal, akkor egyenletünket negyedfokú egyenletre vezettük vissza

$$y^4 - 4y - 1 = 0$$

Az egyenlet baloldalát két teljes négyzetté egészítjük ki.

$$y^4 + 2y^2 + 1 - 2y^2 - 4y - 2 = 0,$$
$$\left(y^2 + 1\right)^2 - 2(y + 1)^2 = 0.$$

Vagyis

$$\left(y^2 + 1\right)^2 = 2(y + 1)^2.$$

Ezzel a feladat megoldását visszavezettük két másodfokú egyenlet megoldására.

$$y^2 + 1 = \pm\sqrt{2}(y + 1)$$
$$y^2 + \sqrt{2}y + 1 + \sqrt{2} = 0, \qquad y^2 - \sqrt{2}y + 1 - \sqrt{2} = 0.$$

Az első másodfokú egyenlet gyökei

$$y_{1,2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 4 - 4\sqrt{2}}}{2};$$
$$y_{1,2} = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2}(\sqrt{-1 - 2\sqrt{2}})}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[-1 \pm \sqrt{-1 - 2\sqrt{2}}\right]$$

Ezek a gyökök nem valós számok.
A második egyenlet gyökei

$$y_{3,4} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[1 \pm \sqrt{-1 + 2\sqrt{2}}\right].$$

y ismeretében x értéke meghatározható.

$$x = \sqrt[n]{y}.$$

Ha a komplex megoldásokat is figyelembe vesszük, akkor az egyenletnek $4n$ gyöke van.

Megoldotta: Dávid P., Seitz K.

Megjegyzés: Hogy a negyedfokú egyenletnek csak két valós gyöke van az a szemléletből nyilvánvaló, ha az egyenletet grafikusan akarjuk megoldani $y = x^4$ és az $y = 4x + 1$ egyenes mutatja, hogy a két vonalnak csak két metszéspontja van. Ez a két valós gyök a $(-1, 0)$ illetve $(1, 2)$ számközben van, mert $y = x^4 - 4x - 1$ függvény értéke az $x = -1$ helyen pozitív, a 0 helyen negatív, tehát a függvény folytonossága miatt valahol metszi az x tengelyt.
Ugyanez a meggondolás az $(1, 2)$ számközre is.