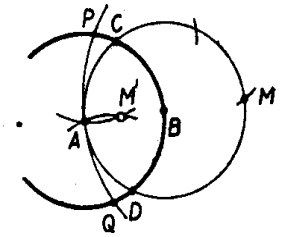
a) Legyen az elfelezendő távolság: AB. Rajzoljunk pl. a B végpontjából $AB = r$ sugárral kört, erre A-ból kiindulva mérjük rá háromszor a kör sugarát, mint húrt, így eljutunk az A-val diametrálisan átellenes M ponthoz.



M pontból $2r$ sugárral rajzoljunk kört, erre A-tól kezdve mindkét irányba mérjük fel r-et, így kapjuk a P és Q pontokat, az ezekből r sugárral rajzolt körök második metszéspontja (– az egyik metszéspont: A –) lesz az adott távolság M' felezőpontja.

A szerkesztés helyessége az APM és $M'AP$ háromszögek hasonlóságából következik (amit az biztosít, hogy közös az A csúcspontnál fekvő szögük.) Miután pedig $M'AP\triangle$ szára feleakkora, mint az $APM\triangle$ szára, alapja AM' is feleakkora, mint az AP vagy a vele egyenlő AB.

Megoldotta: Bór I., Dievald Emília, Főző Éva, Rastovich Mária, Tisovszky J., Turi I.

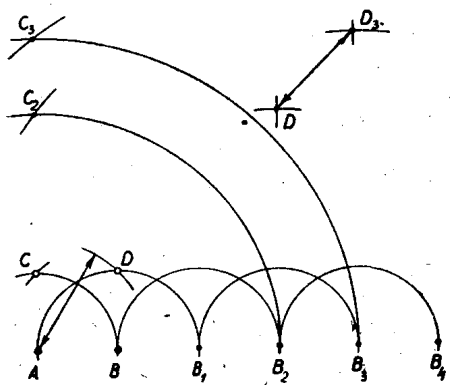
Megjegyzés: Lapunk múlt évi 1. és 2. számában Dr. *Kárteszi F.*: A körsorokról írt cikke foglalkozik a körre vonatkozó tükrözéssel, az inverzióval. Figyelemreméltó, hogy egyenes és kör körre vonatkozó tükörképe egyaránt kör (kivéve, ha a vonal az alapkör középpontján megy át) másfelől, hogy a körre vonatkozó tükrözések (pont, egyenes, kör tükrözése) pusztán körzővel is elvégezhetők [1]. Túlságosan messzire vezetne ezt minden alapszerkesztésre megmutatni, megelégszünk az előbbi feladat megoldásának értelmezésével.

Feladatunk lényegéhen véve az AB és CD egyenesek (l. az ábrát) metszéspontjának megszerkesztése. Válasszuk az inverzió alapkörének az A pont körül r sugárral rajzolt kört. Ez esetben AB, mint a kör középpontján átmenő egyenes tükörképe ismét egyenes lesz, mégpedig saját maga, a CD egyenes tükörképe pedig az alapkör A középpontján, továbbá a C és D pontokon átmenő kör, ezek M metszéspontját kell visszatükröznünk, hogy megkapjuk AB és CD M' metszéspontját. Ámde a közölt szerkesztéssel tényleg a tükrözést hajtottuk végre, miután a PAM és $AM'P$ hasonló háromszögekből

$$AM : r = r : AM'$$

tehát $AM \cdot AM' = r^2$ éppen az a kapcsolat, mely a pont és körre vonatkoztatott tükörképe között fennáll.

b). **I. megoldás:** Az előző feladat megoldása szerint AB egyenesre fel tudjuk mérni bármennyiszer az AB távolságot (v. ö. az előbbi ábra M pontjának szerkesztésével) így nyerjük a B_1, B_2, ... pontokat, melyek egymástól r távolságra vannak.



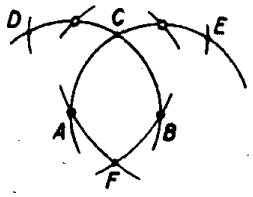
Húzzunk A középpont körül $3r$ sugárral kört és messük el B_3 ponttól $5r$ távolsággal, nyerjük az AB-re A-ban emelt merőlegesen a C_2 pontot, majd a C_2AB_2 pontokhoz szerkesszük meg az azokat, négyzetté kiegészítő D_2 pontot. Ugyanígy a 3, 4, 5 Pythagorasi számok segítségével szerkeszthető meg AB_3 fölé a $C_3AB_3D_3$ $4r$ oldalú négyzet is. E négyzetek átlóinak különbsége D_2D_3 egyenlő az r oldalú négyzet átlójával, ennek segítségével a keresett $ABDC$ négyzet is megszerkeszthető.

Rédly Elemér (Pannonhalma II. o.)

Megoldotta: Zatykó L., Főző Éva

II. megoldás: Megrajzoljuk A és B körül egyaránt az $AB = r$ sugarú kört és C metszéspontjuktól kezdve mindkettőre még egyszer felmérjük az r távolságot, így a D és E pontokhoz jutunk.

[1] L. még *dr. Szőkefalvi Nagy Gyula:* A geometriai szerkesztések elmélete, (1943, Kolozsvár).



Húzzunk ezután E-ből EA sugárral továbbá ugyanezzel a sugárral D-ből is egy-egy kört, ezek metszéspontja F és CF a keresett négyzet átlója, ECF derékszögű háromszög befogója $EC = r$, átfogója $EF = EA = r\sqrt{3}$, mert két r oldalú szabályos háromszög magasságából tevődik össze, így Pythagoras tétele szerint $CF = r\sqrt{2}$.

Bizonyítás nélkül közölte: Reichlin V.