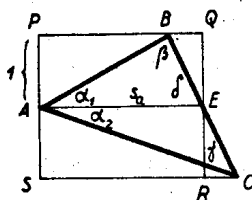


I. megoldás: Kísérjük meg a kérdéses szögek cotangenseinek szemléltetését, e célból húzzunk a B és C pontokon át az AE súlyvonallal párhuzamos egyeneseket, majd A -n és E -n át ezekre merőlegest, így egy téglalap keletkezik. ($PQRS$)



Válasszuk mértékegységül az $AP = AS$ távolságot, ekkor $\cotg \alpha_1$ -et PB méri, hasonlóképpen $\cotg \alpha_2 = SC$ mértékszáma és $\cotg \delta = BQ = RC$. Eszerint a bizonyítandó összefüggés

$$SC - PB = 2QB,$$

amit az ábrából közvetlenül leolvashatunk.

Megoldotta: Durst E.

II. megoldás: Jelöljük az $ABC\triangle$ szögeit a szokásos módon és fejezzük ki ezeket a bizonyítandó tételben szereplő szögekkel:

$$(1) \quad \begin{aligned} \beta &= 180^\circ - (\delta + \alpha_1) \\ \gamma &= \delta - \alpha_2 \end{aligned}$$

Alkalmazzuk a sinustételt mind az ACE , mind az AEB háromszögben a közös oldalra és a feltétel szerint egyenlő ($BE = EC$) oldalakra.

$$\frac{AE}{EC} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha_2} \quad \text{és} \quad \frac{EA}{BE} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha_1}.$$

Az egyenletek baloldalai egyenlők, tehát jobboldalaik is:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha_1},$$

és beírva és β és γ (1) alatt kifejezett értékeit

$$\frac{\sin(\delta - \alpha_2)}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin[180^\circ - (\delta + \alpha_1)]}{\sin \alpha_1}.$$

Vegyük figyelembe, hogy $\sin[180^\circ - (\delta + \alpha_1)] = \sin(\delta + \alpha_1)$ és alkalmazzuk a szögek összege ill. különbsége sinusának ismert kifejezését:

$$\frac{\sin \delta \cos \alpha_2 - \cos \delta \sin \alpha_2}{\sin \alpha_2} = \frac{\sin \delta \cos \alpha_1 + \cos \delta \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1}.$$

Az osztásokat tagonként elvégezve

$$\sin \delta \cotg \alpha_2 - \cos \delta = \sin \delta \cotg \alpha_1 + \cos \delta.$$

Innen egyszerű átrendezéssel nyerjük a bizonyítandó állítást.

Megoldotta: Béres A., Dávid P., Kántor S. Lipák J., Osztein P., Seitz K., Villányi O., Viski Mária, 2 Névtelen.

Koordináta geometria felhasználásával oldotta meg: Sajó I.