Az

$$x^2 + y^2 = z^2$$

másodfokú diofantikus egyenlet megoldása, amint tudjuk:

$$x = 2tuv, \qquad y = t(u^2 - v^2), \qquad z = t(u^2 + v^2).$$

ahol u és v közül egyik páros, a másik páratlan szám, és $u > v$; t tetszésszerinti pozitív egész szám.

Ebből következik már, hogy x mindig osztható 4-gyel.

Ha u és v közül egyik osztható 3-mal, akkor x hárommal is osztható. Ha nem osztható u vagy v 3-mal, akkor őket 3-mal osztva vagy egyenlő maradékot adnak és ez esetben az

$$y = (u + v)(u - v)t$$

szorzat második tényezője osztható 3-mal, vagy pedig az egyik maradéka 1, a másiké 2, és ez esetben $u + v$ és vele, ismét y okvetlenül osztható 3-mal.

Vizsgáljuk most az 5-öt. Ha akár u, akár v osztható 5-tel, akkor ismét x osztható 5-tel.

Ha sem u, sem v nem osztható 5-tel, akkor alakjuk ilyen:

$$u = 5k \pm 1 \qquad \text{vagy} \qquad u = 5l \pm 2.$$

és v alakjára is ilyen kifejezést írhatunk fel. Négyzetre emelve az utóbbi két kifejezést

$$u^2 = 5r + 1 \qquad \text{vagy} \qquad u^2 = 5s + 4$$

alakú lesz. Hasonlóan

$$v^2 = 5r_1 + 1 \qquad \text{vagy} \qquad v^2 = 5s_1 + 4$$

alakú. Minden esetben vagy $u^2 - v^2$ vagy $u^2 + v^2$ osztható 5-tel.

A tárgyalt esetek mindegyikére van példa. A legegyszerűbb pythagorasi számok: pl. 3, 4 és 5 mindegyikéből más-más osztható 3, 4 és 5-tel, míg a 61, 11, 60 pythagorasi számok közül 60 egyedül osztható $3 \cdot 4 \cdot 5$-tel.

Megoldotta: Dömölki B., Kántor S.