

$(px + q)^3 + (rx + s)^3$ alakban kellene keresni a megoldást, de elegendő ehelyett, és valamivel könnyebb, $t(x + u)^3 + v(x + w)^3$ alakban keresni a megoldást. Ekkor $p = \sqrt[3]{t}$, $q = u\sqrt[3]{t}$, $r = \sqrt[3]{v}$, $s = w\sqrt[3]{v}$. Ha az utóbbi kifejezést tagonként kifejtjük, a következő egyenletrendszerhez jutunk:

$$\begin{array}{ll} a) & t + v = 189, \\ & tu + vw = 43, \\ & tu^2 + vw^3 = 61, \\ & tu^3 + vw^3 = 19; \\ b) & t + v = 1, \\ & tu + vw = 23, \\ & tu^2 + vw^3 = 29, \\ & tu^3 + vw^3 = 167. \end{array}$$

Ezen egyenletrendszerek megoldása másodfokúra vezethető vissza, például a 65/a feladat II. megoldásának módszerével (l. 25. o.). Szorozzuk a második és harmadik egyenletet $u + w$ -vel, akkor egyenleteinket felhasználva nyerjük, hogy

$$\begin{array}{ll} a) & 43(u + w) = 61 + 189uw \\ & 61(u + w) = 19 + 43uw \\ b) & 23(u + w) = 29 + uw \\ & 29(u + w) = 167 + 23uw \end{array}$$

Innen

$$u + w = \frac{1}{10}, \quad uw = -\frac{3}{10} \quad \text{ill.} \quad u + w = 1, \quad uw = -6.$$

u és w tehát a következő másodfokú egyenlet két megoldása:

$$10z^2 - z - 3 = 0 \quad \text{ill.} \quad z^2 - z - 6 = 0$$

tehát

$$u, \quad w = -\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{5} \quad \text{ill.} \quad u, \quad w = 3, \quad -2$$

és például az egyenletrendszerek első két egyenletéből

$$t, \quad v = 64, \quad 125 = 4^3, \quad 5^3 \quad \text{ill.} \quad t, \quad v = 5, \quad -4.$$

Így a keresett felbontások:

$$\begin{aligned} 189x^3 + 129x^2 + 183x + 19 &= (4x - 2)^3 + (5x + 3)^3 \\ x^3 + 69x^2 + 87x + 167 &= 5(x + 3)^3 - 4(x - 2)^3. \end{aligned}$$