Meggondolásainkban többször fogjuk használni a következő összefüggést, aminek helyessége az értelmezésből következik: ha A egész szám, B pedig akármilyen pozitív szám, akkor

$$[A+B]=A+[B].$$

Legyen $a=[a]+k$, ahol $0\le k<1$. Ekkor $[2a]=\big[2[a]+2k\big]=2[a]+[2k]$ és $[a]+\left[a+\frac{1}{2}\right]=2[a]+\left[k+\frac{1}{2}\right]$.

Ha $k<\frac{1}{2}$, akkor $2k<1$ és $k+\frac{1}{2}<1$; ha $\frac{1}{2}\leqq k<1$, akkor $1\leqq 2k<2$ és $1\leqq k+\frac{1}{2}<1\frac{1}{2}<2$, tehát mindkét esetben: $[2k]=\left[k+\frac{1}{2}\right]$, vagyis $[2a]=[a]+\left[a+\frac{1}{2}\right]$.