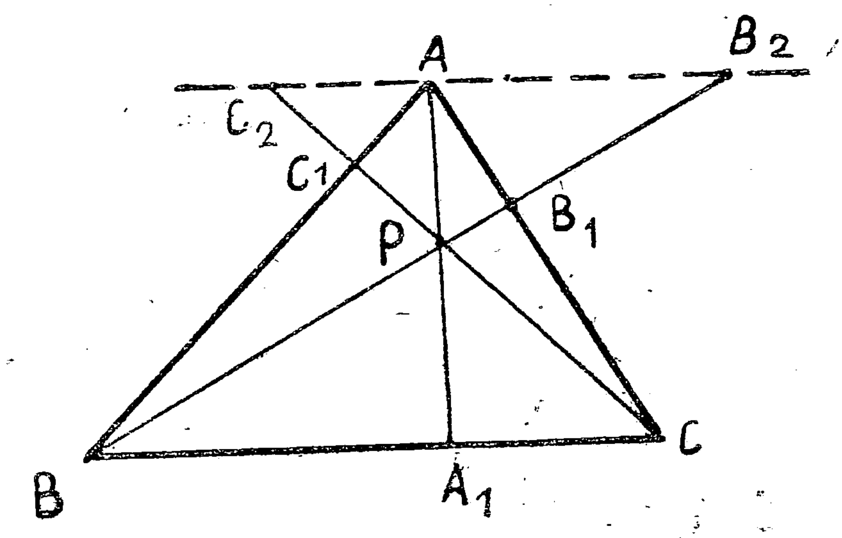
Két párhuzamos távolság hányadosát szokás pozitív, vagy negatív előjelel ellátni aszerint, amint a kezdőpontjuktól a végpontjuk felé egyező vagy ellenkező irányban kell haladni.

I. megoldás: Húzzunk az A csúcson át párhuzamost BC-vel, BP, illetve CP messe ezt B_2 illetve C_2-ben (14. ábra).



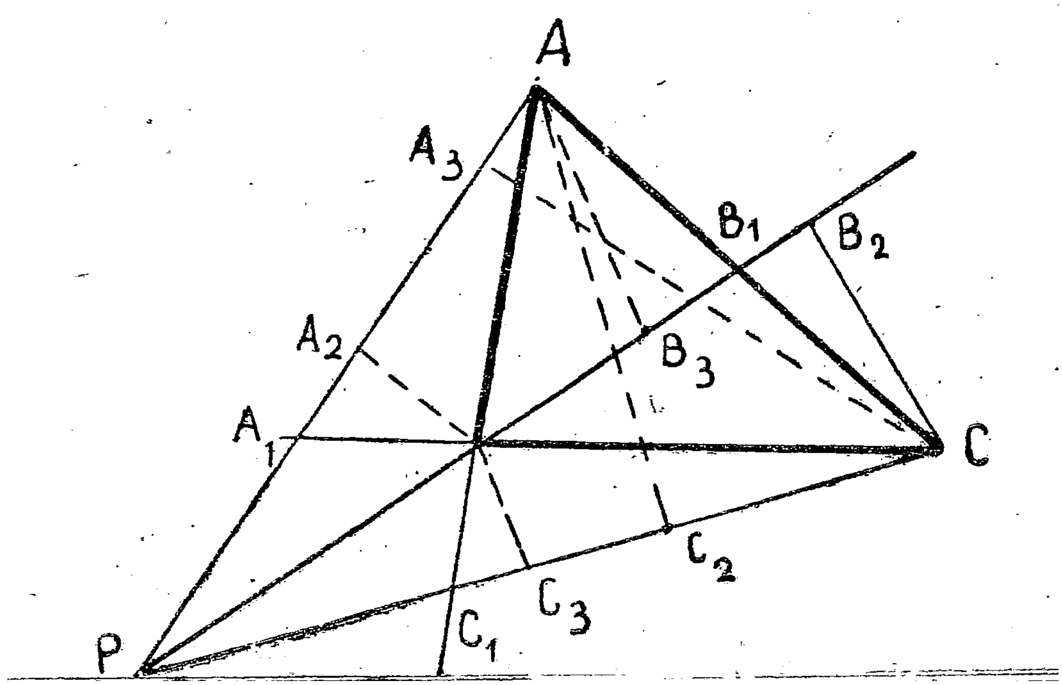
14. ábra

Ekkor nyilván $AC_1C_2\triangle \sim BC_1C\triangle$, tehát $\dfrac{AC_1}{BC_1}=\dfrac{AC_2}{BC}$. Hasonlóan: $\dfrac{CB_1}{AB_1}=\dfrac{CB}{AB_2}$. Így $\dfrac{AC_1}{BC_1}\cdot\dfrac{CB_1}{AB_1}=-\dfrac{AC_2}{AB_2}$. Mivel egy sugársort metsző párhuzamosra megfelelő darabjainak aránya egyenlő $\dfrac{AC_2}{AB_2}==\dfrac{A_1C}{A_1B}=\dfrac{CA_1}{BA_1}$, amiből következik állításunk.

Ungár Péter (Bpest, evangélikus gimn. VII. o.)

Hasonlóan oldotta meg: Csordás L.

II. megoldás: Legyen az AP, BP, CP egyenesekre B és C, C és A, ill. A és B csúcsokból bocsátott merőlegesek talppontja A_2, A_3; B_2, B_3; ill. C_2, C_3 (15. ábra).



15. ábra

Ekkor, ha a háromszög területét is pozitív, vagy negatív előjellel vesszük aszerint, hogy a csúcsait a felsorolt sorrendben véve, az óramutatóval ellenkező, vagy azzal egyező irányban kell körüljárnunk a háromszöget, akkor:

$$t_{APB} : t_{APC} = \frac{BA_2}{CA_3} = \frac{BA_1}{CA_1},$$
$$t_{BPC} : t_{BPA} = \frac{CB_2}{AB_3} = \frac{CB_1}{AB_1},$$

és

$$t_{CPA} : t_{CPB} = \frac{AC_2}{BC_3} = \frac{AC_1}{BC_1}.$$

Ezeket összeszorozva, mivel minden háromszög kétszer, de ellenkező körülfutási iránnyal szerepel, nyerjük állításunkat.

Szépfalussy Péter (Szeged, Kegyesrendi gimn. IV. o.)

III. megoldás: A 79. tételt előbb az $ACC_1\triangle$-re és a BB_1 egyenesre, majd a $BCC_1\triangle$-re és az AA_1 egyenesre alkalmazzuk.

$$\frac{CP}{C_1P} \cdot \frac{C_1B}{AB} \cdot \frac{AB_1}{CB_1} = 1, \qquad \frac{C_1P}{CP} \cdot \frac{BA}{C_1A} \cdot \frac{CA_1}{BA_1} = 1.$$

A kettőt összeszorozva és egyszerűsítve:

$$-\frac{BC_1 \cdot AB_1 \cdot CA_1}{AC_1 \cdot CB_1 \cdot BA_1} = 1.$$

ifj. Gacsályi Sándor (Nyíregyháza: Kossuth L. gimn. VII. o.)

Megoldotta: Gaál E., Hosszú M., Magyar Á. Sz.

Ezektől különböző megoldásokat küldött be: Izsák I., Kővári T., Szabó Á. és Vörös M.