

A vizsgált összegben az abszolút érték jeleit elhagyhatjuk, ha ott, ahol negatív szám abszolút értéke szerepelt, a két tag előjelét megváltoztatjuk. Ilyen módon egy  $2n$  tagú összeghez jutunk, amelynek különféle előjelű tagjai között az  $1, 2, \dots, n$  számok mindegyike kétszer szerepel, és a  $2n$  tag között  $n$  negatív előjelű van. A vizsgált érték eszerint az  $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$  számok összegéből úgy keletkezik, hogy értékét a negatív előjellel fellépő számok összegének kétszeresével csökkentjük. Akkor lesz tehát a kapott érték maximális, ha a negatív előjellel szereplő számok összege minimális. Ez utóbbi összegben  $n$  tag van, és értéke nyilván nem lehet kisebb, mint az  $1, 1, 2, 2, \dots, n, n$  sorozat első  $n$  elemének összege.

Ha megfelelő számsorrendből indulunk ki, akkor be is következik az, hogy éppen a mondott első  $n$  elem lép fel negatív előjellel. Ezt az  $n, n-1, \dots, 1$  sorrend példája mutatja, amint ezt az adódó

$$|n-1| + |(n-1)-2| + \dots + |1-n|$$

összegeből nyomban kiolvashatjuk.

Feladatunk most már csak az, hogy ezt az összeget kiszámítsuk. Ennek az összegnek a tagjai, akár balról, akár jobbról vesszük sorra azokat,  $(n-1)$ -től 2 különbséggel csökkenő számtani haladványt alkotnak. E haladványok tagjai addig csökkennek, amíg csak az összeg közepéig el nem jutunk. Itt vagy két 1 értékű tagot, vagy pedig egy 0 értékűt találunk.

Ha tehát  $n$  páros, akkor a vizsgált összeg az 1-től  $(n-1)$ -ig terjedő, 2 különbségű és  $\frac{n}{2}$  tagszámú számtani haladvány összegének kétszerese, azaz  $\frac{n^2}{2}$ . Ha viszont  $n$  páratlan, akkor a 2-től  $(n-1)$ -ig terjedő, 2 különbségű és  $\frac{n-1}{2}$  tagszámú számtani haladvány összegének kétszerese, azaz  $\frac{n-1}{2}(n+1) = \frac{n^2-1}{2}$  adódik.

Az eredményt mind a két esetben  $\left\lceil \frac{n^2}{2} \right\rceil$  alakban írhatjuk, ha a szögletes zárójellel a számban foglalt egész számok legnagyobbikát jelöljük.

**Megjegyzés.** Számtani haladvány összegezése nélkül is célt érhetünk, ha ügyesen megválasztott számsorrendből indulunk ki.

Ha  $n = 2k$ , akkor a  $k+1, k+2, \dots, 2k, 1, 2, \dots, k$  sorrendből indulhatunk ki. A fellépő különbségek kisebb tagjai itt az  $1, 2, \dots, k$  számok, és mindegyikük kétszer lép fel. Megoldásunk gondolatmenete alapján kimondhatjuk tehát, hogy a választott számsorrend a maximális összeghez vezet. A különbségek mindegyikének  $k$  az abszolút értéke, s ezért az abszolút értékek összege  $2k^2$ .

Ha viszont  $n = 2k+1$ , akkor a  $k+2, k+3, \dots, 2k+1, k+1, 1, 2, \dots, k$  sorrend vezet célhoz. A fellépő különbségek kisebb tagjaiként ismét ugyanazokat a számokat kapjuk, mint az előbb, de a középső különbségben a kisebbítendő és a kivonandó egyaránt  $k+1$ . Ebből megint ugyanúgy következik, hogy a maximális összeghez jutunk. Most a középső különbség 0, a többinek pedig  $k+1$  az abszolút értéke. Ilyen módon a  $2k(k+1)$  összeg adódik.

Megállapíthatjuk, hogy az eredmény mind a két esetben az  $\frac{n^2}{2}$ -ben foglalt legnagyobb egész szám.