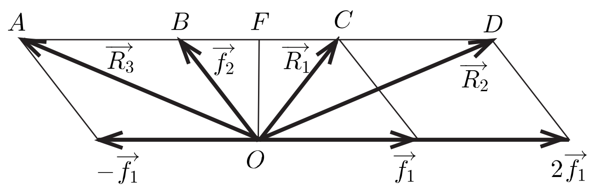
Az R vektorok szerkesztése szerint (l. az ábrát) $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=|\vec{f}_1|$ és $\overline{OA}=\overline{OD}=2|\vec{R}_1|$, azaz az ADO háromszög egyenlőszárú, így OF súlyvonala merőleges AD-re. Továbbá a BCO háromszög is egyenlőszárú, ezért $|\vec{f}_2|=|\vec{R}_1|$. Pythagoras tétele szerint tehát

$$|\vec{f}_2|^2=\overline{BF}^2+\overline{OF}^2=\left(\frac{|\vec{f}_1|}{2}\right)^2+\overline{OF}^2,$$

$$|\vec{R}_2|^2=4|\vec{R}_1|^2=4|\vec{f}_2|^2=$$

$$=\overline{FD}^2+\overline{OF}^2=\left(\frac{3}{2}|\vec{f}_1|\right)^2+\overline{OF}^2.$$



Ezen egyenlőségek különbsége:

$$3|\vec{f}_2|^2=\frac{9}{4}|\vec{f}_1|^2-\frac{1}{4}|\vec{f}_1|^2,\qquad \text{ahonnan}\qquad \frac{|\vec{f}_1|}{|\vec{f}_2|}=\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Pap László (Jászberény, Lehel g. III. o. t.)

Megjegyzések: 1. Ha egy koordinátarendszerben az origóból felmért $\vec{f}$ vektor koordinátái x és y (jelölés: $\vec{f}(x,y)$), akkor hossza (abszolút értéke) $\sqrt{x^2+y^2}$; az $\vec{f}_1(x_1y_1)$ és $\vec{f}_2(x_2y_2)$ vektorok eredője pedig $\vec{f}_1+\vec{f}_2=\vec{R}(x_1+x_2,\ y_1+y_2)$. Ezek szerint felírható $2|\vec{R}_1|=|\vec{R}_2|=|\vec{R}_3|$ egyenletrendszert x_2 és y_2-re megoldva is eredményhez juthatunk.

2. A feladat megoldható a cosinus-tétellel való számolással, ill. Apollonius-kör felhasználásával tisztán geometriai úton is.

3. A feladat feltételei az $\vec{f}_1$ és $\vec{f}_2$ vektorok szögét is nyilván meghatározzák.

$|\vec{f}_1|$

$|\vec{f}_1|$