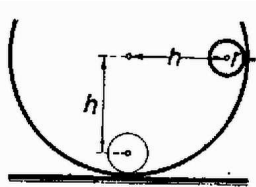


I. megoldás: A gömb a pálya legalsó pontján súlyán kívül a reáható centripetális erő ellenerejével nyomja a pályát, mert a körmozgáshoz szükséges centripetális erőt a golyóra függőlegesen felfelé ható nyomóerő és a lefelé ható súlyerő eredője adja.



A centripetális erő nagyságának kiszámításához szükséges pillanatnyi sebességet az energiamegmaradás törvénye alapján határozhatjuk meg. Ugyanis, ha eltekintünk a mechanikai energiaveszteségektől, akkor a golyó kezdeti helyzeti energiája mozgási és forgási energiává alakul át.

$E_h = E_m + E_f$; $E_m = 1/2 mv^2$, $E_f = 1/2 I\omega^2$, ahol I a gömb tehetetlenségi nyomatéka a középpontján átmenő tengelyre vonatkozólag, ω a szögsebessége. Mint ismeretes, $I = 2/5 mr^2$, továbbá $\omega = v/r$. (Ez igaz akkor is, ha a gömb sugara nem hanyagolható el a félkör sugarához képest, ugyanis a félkört gondolatban egészítsük ki teljes körré; mialatt az r sugarú kör egyszer végiggördül belülről a $(h+r)$ sugarú kör kerületén, $(h+r)/r - 1 = h/r$ fordulást végez maga körül, tehát ezt a szakaszt véve időegységül, a szögsebessége $2\pi h/r$, ugyanekkor a golyó középpontja $2\pi h$ utat tesz meg, tehát sebessége $2\pi h$).

Így behelyettesítve: $mgh = 1/2 mv^2 + 1/2 I\omega^2 = 7/10 mv^2$, innen $v^2 = 10 gh/7$. A centripetális erő nagysága tehát $P_c = mv^2/h = 10/7 mg$, ezért a nyomóerő $P_n = mg + 10/7 mg = 17/7 mg$, azaz a golyó súlyának $17/7$ -szerese.

Megjegyzés: Ha a gömb energiaveszteség nélkül lecsúszik a pályán, akkor helyzeti energiája teljes mértékben mozgási energiává alakul, ekkor $v^2 = 2gh$, és így a teljes nyomóerő $P_n = mg + mv^2/r = 3mg$, vagyis a golyó súlyának háromszorososa.

Gálfi László, (Bp., I. István g. III. o. t)

II. megoldás: A mélyponton való átgördülés pillanatában a gömb mozgása úgy is tekinthető, hogy az éppen a félkör pályával érintkező pontján átfektetett vízszintes tengely körül fordul el. Ekkor a golyó kezdeti energiája teljesen forgási energiává alakul, amelynek nagysága $1/2 I\omega^2$. Itt I ezen tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték, amelynek nagysága a Steiner-tétel alapján $I = 2/5 mr^2 + mr^2 = 7/5 mr^2$, továbbá $\omega = v/r$, mint az előző megoldásban láttuk. Tehát $mgh = 7/10 mv^2$, innen $v^2 = 10 gh/7$. A megoldás további menete azonos az első megoldásával.

Góth László (Bp., Könyves K. g. III. o. t.)