

Az idézett feladat megoldásának eredménye szerint

$$\operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \beta + \operatorname{ctg} 2\beta.$$

A kétszeres szögre vonatkozó összefüggések szerint átalakítva:

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \beta + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \beta}{2 \operatorname{tg} \beta} = \frac{1 + 3 \operatorname{tg}^2 \beta}{2 \operatorname{tg} \beta}.$$

A továbbiakban szükségünk lesz a következő szögfüggvényekre is:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{4 \operatorname{tg}^2 \beta}{1 + 10 \operatorname{tg}^2 \beta + 9 \operatorname{tg}^4 \beta}.$$

A nevezőt szorzattá alakítjuk:

$$(2) \quad \cos^2 \alpha = \frac{4 \operatorname{tg}^2 \beta}{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)(1 + 9 \operatorname{tg}^2 \beta)}.$$

(1) szerint bármely lejtőhöz található hajítási szög, mert β pozitív hegyesszög. A tetőzés mértani helyét rögtön megadhatjuk, hiszen a tetőpontban a sebesség zérus, így az energiamegmaradás elve szerint a kezdeti mgF $\left(F = \frac{c^2}{2g}\right)$ mozgási energia minden hajításnál azonos lévén, a tetőzések az $y = F$ egyenesen vannak.

A becsapódás abszcisszájára az idézett feladat megoldása szerint

$$x = 4F \cos^2 \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) = 4F \frac{4 \operatorname{tg}^2 \beta}{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)(1 + 9 \operatorname{tg}^2 \beta)} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}{2 \operatorname{tg} \beta} = 8F \frac{\operatorname{tg} \beta}{1 + 9 \operatorname{tg}^2 \beta}.$$

Mivel a lejtő egyenlete $\operatorname{tg} \beta = y/x$, ezt behelyettesítve:

$$x = 8F \frac{\frac{y}{x}}{1 + 9 \left(\frac{y}{x}\right)^2}.$$

A törteket eltávolítva

$$x^2 + 9y^2 = 8Fy.$$

Teljes négyzetté alakítva

$$x^2 + 9 \left(y - \frac{4}{9}F\right)^2 = 9 \left(\frac{4}{9}F\right)^2,$$

amely egy ellipszis egyenlete:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{4}{3}F\right)^2} + \frac{\left(y - \frac{4}{9}F\right)^2}{\left(\frac{4}{9}F\right)^2} = 1,$$

A becsapódási pontok mértani helye ezen ellipszisnek az ábrán látható fele.

