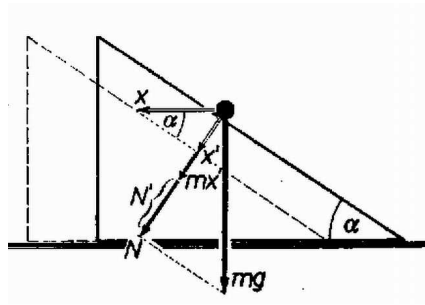


I. megoldás: Ha a lejtő gyorsulása 0, akkor a lejtőre helyezett test a lejtőt $N = mg \cos \alpha$ erővel nyomja.



Ha a lejtő x gyorsulással mozog hátrafelé, akkor a pálya $x' = x \sin \alpha$ gyorsulással mintegy kiszökik az m alól, ennek következtében a lejtőre ható nyomóerő csak

$$N' = mg \cos \alpha - mx \sin \alpha.$$

Tehát a lejtőt mozgató erő

$P = N' \sin \alpha = (mg \cos \alpha - mx \sin \alpha) \sin \alpha$, és ebből $P = Mx$ helyettesítéssel (M -mel jelöljük a lejtő tömegét)

$$x = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}.$$

Ha pedig $M = m$, akkor m -mel egyszerűsítve

$$x = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Megjegyzés: Koordinátageometriai úton megállapíthatjuk, hogy a lejtőre helyezett test pályája $-\frac{m+M}{M} \operatorname{tg} \alpha$ irány-tényezőjű egyenes, ennek segítségével más úton is megállapíthatjuk az m tömegű test által a lejtőre gyakorolt N' nyomóerőt. A megoldás további menete az előzőekkel megegyezik.

Puha Katalin (Győr, Kazinczy F. g. III. o. t.)

II. megoldás: A lejtőn mozgó test és a lejtő alkotta rendszerre csak függőleges irányú erők hatnak, ezért a súlypontja csak függőleges irányban mozoghat. A közös súlypont a lejtő és a test súlypontja közötti távolság felező pontja, ez azt jelenti, hogy az említett két súlypontnak a közös súlyponttól vízszintes irányban mért távolsága minden pillanatban egyenlő, csak ellenkező irányú. Tehát a lejtő és a test vízszintes irányban egyenlő távolságra mozdul el ellentétes irányban, így gyorsulásuk vízszintes komponense egyenlő: $x = y$. Az energiamegmaradás törvénye alapján a nyugalmi helyzettől a t időpontig a test helyzeti energiájának csökkenése egyenlő a lejtő és a test mozgási energiájának összegével, azaz $-z$ -vel jelölve a test gyorsulásának függőleges komponensét $-\frac{1}{2}mgzt^2 = \frac{1}{2}mx^2t^2 + \frac{1}{2}m(y^2 + z^2)t^2$, az $x = y$ egyenlőséget is felhasználva $gz = 2x^2 + z^2$. Másrészt tudjuk azt, hogy a testnek a lejtőhöz viszonyított vízszintes irányú elmozdulása t idő alatt $x/2 \cdot t^2 + y/2 \cdot t^2 = xt^2$, függőleges irányú elmozdulása $z/2 \cdot t^2$. A tárgynak a lejtőhöz viszonyított elmozdulása viszont csakis a lejtő irányában történhetett, tehát $z/2 \cdot t^2 : x \cdot t^2 = \operatorname{tg} \alpha$, így $z = 2x \operatorname{tg} \alpha$. A fenti egyenletbe ezt behelyettesítve $2x^2 + 4x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = g \cdot 2x \operatorname{tg} \alpha$, innen $x = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

Góth László (Bp., Könyves K. g. III. o. t.)