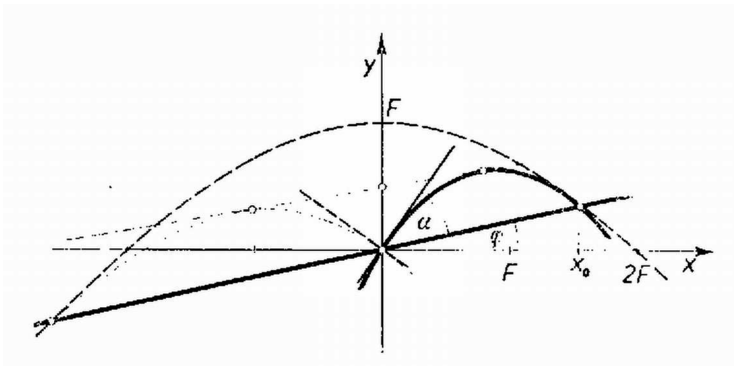
A hajítási pályák burkológörbéjének függvénye:

$$y = F - \frac{1}{4F}x^2, \quad \text{ahol} \quad F = \frac{c^2}{2g},$$

(lásd a burkológörbékről szóló, a decemberi számban közölt cikket). A burkológörbénél messzebb nem kerülhet az elhajított tárgy. A lejtő egyenesének függvénye: $y = x$ tg φ.



A két függvény metszéspontját kell megkeresnünk. Az egyenletrendszert megoldjuk, a metszéspont x_0 koordinátája:

$$x_0 = -2F\left(\operatorname{tg}\,\varphi \mp \frac{1}{\cos\varphi}\right).$$

A burkológörbét adott pontban érintő hajítási pálya kilövési szögének tangense (az idézett cikk szerint)

$$\operatorname{tg}\,\alpha = \frac{2F}{x_0} = -\frac{1}{\operatorname{tg}\,\varphi \mp \frac{1}{\cos\varphi}}.$$

A negatív előjel a felső, a pozitív az alsó metszéspontra vonatkozik. A képletet átalakítjuk (a negatív előjelet használva):

$$\operatorname{tg}\,\alpha = -\frac{1}{\operatorname{tg}\,\varphi - \frac{1}{\cos\varphi}} = \frac{1}{\frac{1}{\cos\varphi} - \operatorname{tg}\,\varphi} = \frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi} =$$

$$= \frac{\cos^2\frac{\varphi}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}}{\cos^2\frac{\varphi}{2} + \sin^2\frac{\varphi}{2} - 2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}} = \frac{\left(\cos\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{\varphi}{2}\right)\left(\cos\frac{\varphi}{2} - \sin\frac{\varphi}{2}\right)}{\left(\cos\frac{\varphi}{2} - \sin\frac{\varphi}{2}\right)^2} =$$

$$= \frac{\frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}} + \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}}}{\frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}} - \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}}} = \frac{1+\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}} = \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Vagyis $\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} = \varphi + \frac{90^\circ - \varphi}{2}$. Ez azt jelenti, hogy a maximális hajítási távolság szöge a függőleges egyenes és a lejtő szögének felezője. Ugyanígy van ez a lefelé történő hajításnál is. A vízszintes sík esetében érvényes 45°-os eredmény mint speciális eset adódik.

Huber Tibor (Bp., Kossuth L. t. III. o. t.)

Megjegyzések: Nem szükséges, hogy a hajítás síkja a lejtőre merőleges sík legyen. Minden függőleges síkban ugyanez az eredmény; azonban ekkor φ szög a lejtő síkja és a hajítási pálya síkja által adott metszésvonalnak a vízszintessel alkotott szögét jelenti. Továbbá meg lehet mutatni, hogy a lejtőre merőleges síkban kapott, legnagyobb hajítási távolságokhoz tartozó parabolák csúcspontjait összekötve olyan egyenest kapunk, amely a függőleges egyenest minden esetben az elhajítási pont felett $F/2$ magasságban metszi és hajlásszögének tangense tg $\varphi/2$.