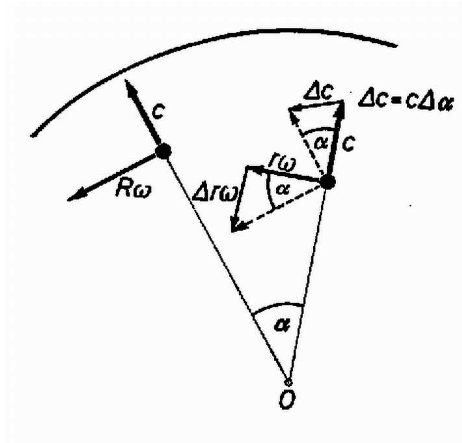
Tekintsük a forgó korongot és a sugárirányban fallal terelt testet egy rendszernek, és vizsgáljuk meg az energiaváltozásokat. Miközben a súrlódásmentesen egyenletes sebességgel csúszó test r sugárról R sugárra megy, a rendszer energiája nő, a külső erő munkája biztosítja a szögsebesség állandóságát.



Ugyanekkor a fellépő centrifugális erő is végez munkát, hiszen irányában történik a test mozgása. Mi azonban kívülről egyenletes sebességre fogjuk vissza a testet, így a centrifugális erő munkája nem a test kinetikus energiáját növeli, hanem a külső rendszeren végez munkát (kezünkön, vagy pl. felhalmozódhat egy megfelelő mechanikus berendezésben). Így az energiamérleg a következőképpen alakul: a rendszer energiája a test sebességnövekedésével mozgási energiatöbblethez jutott, viszont potenciális energiája csökkent (a centrifugális erő munkát végzett a fékező kezünkön, közben a test kisebb potenciálú helyre került), ugyanakkor a külső rendszer energiája csökkent a szögsebességtartásra fordított forgató munkával és nőtt a centrifugális erő által végzett munkával. Így a haladó test mozgási energiájának növekedése egyenlő a külső rendszer energiájának csökkenésével, vagyis:

$$\Delta E_m = L_{külső} - L_{cf}, \quad \text{ahol} \quad L_{külső} = L_{\text{-}cor},$$

azaz

$$\frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 + m\frac{R+r}{2}\omega^2(R-r) = ma\frac{R+r}{2}\omega t \,\Bigg|\, : \frac{R+r}{2}m.$$

Figyelembe vettük, hogy a centrifugális erő egyenletesen növekszik, így átlagértékkel kell számolnunk, hasonlóképpen azt is, hogy a Coriolis-erő átlagos útja a két szélső helyzethez tartozó ívhossz számtani közepe.

$$(R-r)\omega^2 + (R-r)\omega^2 = a\omega t,$$
$$2(R-r)\omega^2 = a\omega t, \quad \text{innen} \quad a = \frac{2(R-r)}{t}\omega = 2c\omega.$$

(Több dolgozat alapján.)

b) *kérdés;*

I. megoldás: A gyorsulás definíciója: $a = \dfrac{v_t - v_0}{t}$, ahol a betűk jelentése ismert.

$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{c} + \overrightarrow{r \cdot \omega}$, ahol $\overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{r \cdot \omega}$,

$\Delta\overrightarrow{v} = \overrightarrow{c} + \Delta\overrightarrow{r \cdot \omega}$, $\quad |\Delta\overrightarrow{c}| = c \cdot a$,

$|\Delta\overrightarrow{r \cdot \omega}| = \sqrt{r^2 \cdot \omega^2 + R^2\omega^2 - 2rR\omega^2\cos\alpha}$ (a cosinus-tétel alapján).

$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, ha $\Delta \to 0$, akkor $\alpha \to 0$, $\cos\alpha \to 1$, és

$|\Delta\overrightarrow{r \cdot \omega}| \to \sqrt{(Rw - r\cdot\omega)^2} = R\omega - r\omega$. Így a sebesség teljes megváltozása

$\Delta v = ca + (R\omega - r\omega) = c \cdot \omega t + (R-r)\omega$,

$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = c\omega + \dfrac{R-r}{t}\omega = c\omega + c\omega = 2c\omega.$

Máté Attila (Szeged, Dózsa Gy. ált. isk. VIII. o. t.) dolgozata alapján

II. megoldás: Adva van egy $v = r \cdot \omega$ sebességgel forgó korong. Ezen egy sugárirányban lefektetett sínen mozog egyenletesen c sebességgel egy m tömegű kocsi. A kifelé mozgás következtében a kocsi kerületi sebessége t idő alatt zérusról $v_1 = r_1\omega$ értékre nő, tehát a kocsi kerületi gyorsulása $a_k = r_1\omega/t = v \cdot \omega$. A korong forgása következtében van a kocsinak a haladás irányára merőleges gyorsulása is, amelynek hatására irányát változtatja. (Ez centripetális gyorsulás.) Ennek értéke $a_n = v \cdot \omega$, hiszen a sugárirányú sebességvektor irányváltozásából ugyanúgy vezethető le, mint a centripetális gyorsulás általában. (Az irányváltozás szöge éppen t!) A kétféle gyorsulás megegyezik, tehát algebrailag összegezhetők. Az ennek hatására ébredő tehetetlenségi erő a Coriolis-erő, és a megfelelő gyorsulás a Coriolis gyorsulás (az előzővel ellentétes).

$$a_{cor} = a_n + a_k = \omega v + v\omega = 2v\omega.$$

Veress Árpád (Bp., József Attila g. IV. o. t.)