I. megoldás: Az *a)* ábrán C_1 és C_2 sorba, C_3 és C_4 szintén sorba, míg a két csoport (C_1, C_2 és C_3, C_4) párhuzamosan van kapcsolva, a *b)* ábrán C_2, C_3 és C_4 kondenzátorok sorba vannak kötve, hozzájuk C_1 párhuzamosan csatlakozik. A kapacitások összegezési szabályai szerint felírhatjuk az eredő kapacitásokat:
a) esetben:

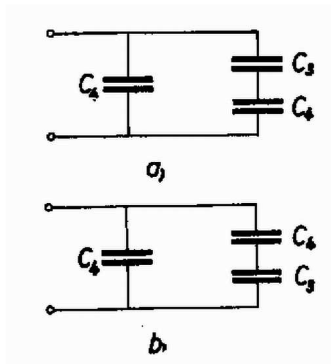
$$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_4}{C_3+C_4};$$

b) esetben:

$$\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3}+C_4.$$

Vizsgáljuk meg, hogy az egyenlőség mikor áll fenn:

$$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_4}{C_3+C_4}=\frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3}+C_4.$$



Közös nevezőre hozva és a szorzásokat elvégezve:

$$\frac{C_1C_2C_3+C_1C_2C_4+C_1C_3C_4+C_2C_3C_4}{C_1C_3+C_2C_3+C_1C_4+C_2C_4}=$$
$$=\frac{C_1C_2C_3+C_1C_2C_4+C_1C_3C_4+C_2C_3C_4}{C_2C_3+C_1C_3+C_1C_2}.$$

Mivel a számlálók egyenlők, az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha a nevezők is egyenlők:

$$C_1C_3+C_2C_3+C_1C_4+C_2C_4=C_2C_3+C_1C_3+C_1C_2,$$
$$C_4(C_1+C_2)=C_1C_2,$$

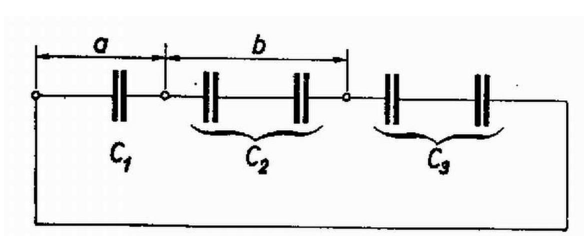
amiből

$$C_4=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}.$$

Itt az egyenlőség jobb oldalán a C_1 és C_2 kondenzátorok soros eredője áll. Ennek alapján helyettesítve a kapcsolási rajzon, az egyenlőség nyilvánvaló.

Kardeván Péter (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. IV. o. t.)

Általánosítás; Vizsgáljuk a feladatot általánosan, n db kondenzátor esetére.



Ekkor az **I.** megoldásban adott értelmezés szerint a két kapcsolás egyenlő kapacitású, ha az ábrán jelölt C_1, C_2, C_3 kondenzátorrendszerek eredő kapacitásaira az alábbi összefüggés áll:

$$\frac{1}{1/C_1+1/C_2}+C_3=\frac{1}{1/C_2+1/C_3}+C_1.$$

Ezen összefüggést a kondenzátorrendszerek eredő kapacitásaira vonatkozó tételek alapján írtuk fel. Ebből előbb $(1/C_1+1/C_2)$-vel, majd $(1/C_2+1/C_3)$-mal végigszorozva, és a lehetséges összevonásokat elvégezve nyerjük:

$$\frac{C_3-C_1}{C_2^2}=\frac{C_1^2-C_3^2}{C_1C_2C_3}.$$

Az egyenlőség nyilvánvalóan teljesül $C_1=C_3$ esetén, vagy (C_1-C_3)-mal egyszerűsítve, mindkét oldal reciprokát véve:

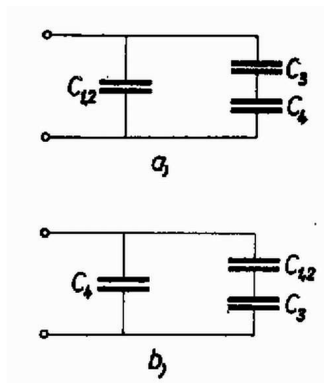
$$-C_2=C_1C_3/(C_1+C_3)$$

megoldást nyerjük, ami fizikailag nyilván nem értelmezhető, mert $C_2>0$. A két kapacitás tehát akkor egyenlő, ha $C_1=C_3$.

Náray–Szabó Gábor (Bp. XI., József A. g. IV. o. t.)

II. megoldás: A C_1 és C_2 kondenzátorok mindkét esetben sorba vannak kapcsolva, tehát egyszerűbb, ha mindjárt soros eredőjükkel számolunk:

$$C_{1,2}=C_1C_2/(C_1+C_2).$$



Az ábrából láthatjuk, hogy ha $C_{1,2}=C_4$, bármi legyen is C_4 értéke, *a)* és *b)* kapcsolásban az eredők megegyeznek. Ugyanis ekkor *a)*-ról *b)*-re áttérve $C_{1,2}$ megfelel C_4-nek, tehát a *b)* esetben két ugyanolyan eredő kapacitású kondenzátorrendszer párhuzamos kapcsolásáról van szó, mint *a)*-ban. Kérdés még, hogy ez a feltétel csak elégséges, vagy szükséges is.

Ha az *a)* rendszerből kivesszük a C_3 kondenzátort, a felső $C_{3,4}$ rész kapacitása nő, és ha az alsó $C_{1,2}$ részhez kapcsoljuk, lent kisebb lesz a kapacitás. Hogy a két esetben az eredő egyenlő legyen, kell, hogy a fenti kapacitásnövekedés a lenti csökkenéssel megegyezzék. A növekedés mértékét a C_3 és C_4 kapacitások határozzák meg, ekkora csökkenést a C_3 kondenzátor pedig nyilván C_4 kapacitású kondenzátorral sorba kötve okoz. Tehát kell, hogy $C_{1,2}=C_4$ legyen.

Bácsy Zsolt (Bp. V., Eötvös J. g. IV. o. t.)

Általánosítás: Látható, hogy ha négy kondenzátor helyett n számút vettünk volna ugyanígy kapcsolva, s a második vezeték a k-adik ill. l-edik után ágazott volna ki, az első k illetve az utolsó $n-k$ db kondenzátort az előbbiekhez hasonló módon összevonva, a fentihez hasonló gondolatmenettel feltételként az

$$\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots+\frac{1}{C_k}=\frac{1}{C_{l+1}}+\frac{1}{C_{l+2}}+\ldots+\frac{1}{C_n}$$

összefüggéshez jutottunk volna.

Bollobás Béla (Bp. V., Apáczai Csere J. gyak. g. IV. o. t.)