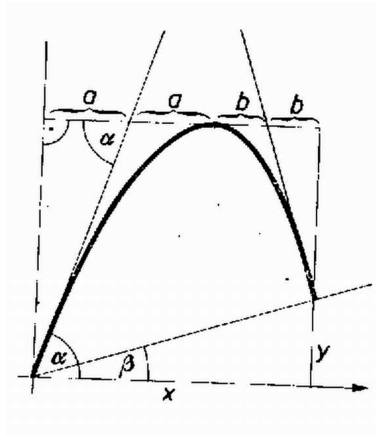
Mivel a parabola érintője felezi a parabola csúcsa (az origó) és az érintési pontból az x tengelyre bocsátott merőleges talppontja által meghatározott szakaszt, így az a-val jelzett szakaszok egyenlőek és $a = m/\mathrm{tg}\ \alpha$ (ahol m az emelkedési magasság). Ugyanígy $b = (m - y)\ \mathrm{tg}\ \beta$.



És mivel $2a + 2b = x$, ezért

$$x = 2 \cdot \frac{m}{\mathrm{tg}\,\alpha} + (m - y)\,\mathrm{tg}\,\beta.$$

Mivel pedig $\mathrm{tg}\,\beta = \dfrac{y}{x}$, és a $\mathrm{tg}\,\alpha = 2\,\mathrm{tg}\,\beta + \mathrm{ctg}\,\beta$ összefüggésből

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2y^2 + x^2}{xy}, \quad m = \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2},$$
$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\mathrm{tg}^2\,\alpha + 1} = \frac{x^2 y^2}{4y^4 + x^4 + 5x^2 y^2},$$

behelyettesítve

$$x = \frac{2xy}{y^2 + x^2} \cdot \frac{c^2}{\mathrm{g}} + 2\left(\frac{x^2 y^2}{4y^4 + x^4 + 5x^2 y^2} \cdot \frac{c^2}{\mathrm{g}} - y\right) \cdot \frac{y}{x}.$$

Beszorozva, egyszerűsítve az $\dfrac{\left(y - \dfrac{c^2}{4\mathrm{g}}\right)^2}{\left(\dfrac{c^2}{4\mathrm{g}}\right)^2} + \dfrac{x^2}{\left(\dfrac{c^2}{2\mathrm{g}}\right)^2} = 1$

egyenletet kapjuk, tehát a mértani hely ellipszis.

Grüner György (Magyaróvár, Kossuth L. g. IV. o. t.)

Megjegyzés: Amint közismert, ugyanez az ellipszis a hajítási parabolák csúcspontjainak mértani helye is. $\mathrm{tg}\ \alpha$ értékének nem szabad kisebbnek lennie $2\sqrt{2}$-nél; ha $\mathrm{tg}\ \alpha$ nagyobb $2\sqrt{2}$-nél, akkor α minden értékéhez két β tartozik.