Feltételezzük, hogy az óra ingája matematikai ingának tekinthető, amelynek lengésideje 0 C°-on $\tau_0 = 2\pi\sqrt{l_0/\mathrm{g}}$. $T = 86\,400$ sec alatt a hőmérséklet-emelkedés $\vartheta = 10$ C°, aminek következtében az ingarúd $\varepsilon = a\vartheta = 2\cdot 10^{-5}\cdot 10 = 2\cdot 10^{-4}$ részével megnyúlt. Mivel a megnyúlás időben egyenletes, $t$ idő alatti megnyúlás eredményeképpen az inga lengésideje

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{l_0\left(1+\dfrac{t}{T}\varepsilon\right)}{\mathrm{g}}} = \tau_0\sqrt{1+\frac{t}{T}\varepsilon}.$$

Könnyen bebizonyítható, hogy ha $x$ 1-hez képest igen kicsiny, akkor jó közelítéssel $\sqrt{1+x} = 1 + x/2$, tehát $\tau = \tau_0 + \dfrac{t}{T}\dfrac{\varepsilon}{2}\tau_0$.

A $\Delta\tau = \dfrac{t}{T}\dfrac{\varepsilon}{2}\tau_0$ idődifferenciák összege teszi ki az óra késését. $T$ idő alatt az óra $T/\tau \approx T/\tau_0$ lengést tesz, így a teljes késés:

$$\Delta T = \frac{\tau_0}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0 + \frac{2\,\tau_0}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0 + \ldots + \frac{T}{T}\frac{\varepsilon}{2}\tau_0,$$

mivel az egyes lengések a $t = \tau_0,\ 2\tau_0,\ \ldots,\ T$ időpontokban történtek.

A számtani sorozat összegképletét alkalmazva:

$$\Delta T = \frac{\tau_0}{T}\cdot\frac{\varepsilon}{2}\cdot\tau_0\left(1+2\ldots+\frac{T}{\tau_0}\right) = \frac{\tau_0}{T}\cdot\frac{\varepsilon}{2}\cdot\tau_0\frac{1+\dfrac{T}{\tau_0}}{2}\cdot\frac{T}{\tau_0}.$$

Mivel $\dfrac{\tau_0}{T}$ sokkal nagyobb 1-nél, mellette 1 elhanyagolható, ezzel egyszerűsítés után: $\Delta T = \epsilon T/4 = a\vartheta T/4$.

Helyettesítés után $\Delta T = 4{,}32$ sec.

*Megjegyzés:* A feladat megfogalmazásában sajtóhiba folytán a sárgaréz hőkiterjedési együtthatója tévesen: 0,0002.

*Kunszt Zoltán* (Pápa, Türr g. III. o. t.)