I. megoldás: Ha egy egyensúlyban levő síkbeli erőrendszert tetszőleges irányra vetítünk, akkor a vetületeik is egyensúlyban levő erőrendszert alkotnak.

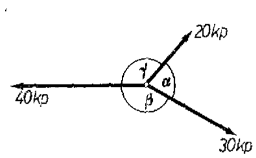
Vetítsünk rendre a 20, 30 és 40 kp-os erő irányára. Az előbbiek alapján így az alábbi egyenlőségeket írhatjuk fel:

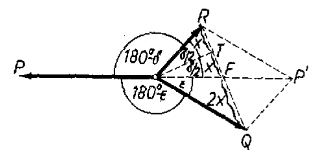
$$20 = 40\cos(180^\circ - \gamma) + 30\cos(180^\circ - \alpha)$$
$$30 = 20\cos(180^\circ - \alpha) + 40\cos(180^\circ - \beta)$$
$$40 = 30\cos(180^\circ - \beta) + 20\cos(180^\circ - \gamma)\,.$$

A $\cos(180^\circ - \varphi) = -\cos\varphi$ összefüggés felhasználásával az egyenletrendszerből $\cos\alpha$; $\cos\beta$; $\cos\gamma$ kifejezhetők, így

$$\alpha = \arccos 0{,}2500 = 75^\circ 31'$$
$$\beta = \arccos(-0{,}8750) = 151^\circ 3'$$
$$\gamma = \arccos(-0{,}6875) = 135^\circ 26'.$$

Nagy Dénes Lajos (Bp., II. Rákóczi F. g. II. o. t.)





II. megoldás: Az erőrendszer egyensúlyban van, ha bármely két erő összege a harmadikkal egyenlő, de ellenkező irányítású.

Összegezzük a 20 kp-os és 30 kp-os erőket. Az előbb mondottak szerint az egyensúly feltétele: $OP' = OP$. Az $ORP'Q$ paralelogramma átlói F pontban felezik egymást.

$$OF = \frac{OP}{2}, \quad OP = 40 \text{ kp}, \quad OR = 20 \text{ kp}, \quad OR = OF.$$

Így az OT magasságvonal felezi az RF távolságot.

Pythagoras tételével OT kifejezhető x függvényeként két módon is. E kettőt egyenlővé téve

$$20^2 - x^2 = 30^2 - 9x^2.$$

Innen $x = \sqrt{125/2}$. A szögek meghatározása már nem okoz nehézséget:

$$\sin\delta/2 = x/20 = 0{,}3953; \quad \delta = 46^\circ 34'$$
$$\sin(\delta/2 + \varepsilon) = 3x/30 = 0{,}7906; \quad \varepsilon = 28^\circ 57',$$

ahonnan α, β, γ-ra az előző megoldásbeli értékeket kapjuk.

Góth László (Bp., Könyves K. g. III. o. t.)