

Jelöljük az egyszerűség kedvéért U_1 -gyel az N és C , U_2 -vel a C és P pontok közötti feszültségeket. Teljesen hasonlóan legyenek a fenti pontok közötti ellenállások értékei rendre: R_1 és R_2 . N és P pontok között E a feszültség és így Ohm törvénye alapján $U_1 = ER_1/(R_1 + R_2)$. Ha a voltmérő nincs bekötve, akkor $R_1 = x$, $R_2 = R - x$ és így $U_1' = Ex/R$. Ha az r ellenállású voltmérő be van kötve, akkor $R_1 = rx/(r + x)$, $R_2 = R - x$ és így

$$U_1'' = E \frac{rx}{Rr + Rx - x^2}.$$

Ezzel az $a)$ kérdésre megfeleltünk. $R > x$, ezért $Rx - x^2$ mindig pozitív, vagyis $U_1' \geq U_1''$. Voltmérőnk a mérendő feszültségnél tehát mindig kisebbet mutat.

Voltmérőnkkel 1%-nál pontosabban mérhetünk, ha $U_1' - U_1'' \leq U_1'/100$.

Behelyettesítve az értékeket

$$E \frac{x}{R} - \frac{rx}{Rr + Rx - x^2} E \leq E \frac{x}{R} \cdot \frac{1}{100},$$

egyszerűsítve: $-99x^2 + 99Rx - Rr \leq 0$. A bal oldalt átalakítjuk:

$$-99 \left(x - \frac{R}{2} \right)^2 + 99 \frac{R^2}{4} - Rr \leq 0.$$

Az egyenlőtlenség minden x mellett fennáll, ha

$$99 \frac{R^2}{4} - Rr \leq 0 \quad \text{azaz:} \quad r \geq \frac{99}{4} R.$$

Voltmérőnkkel 1%-nál pontosabban mérhetünk, ha $r \geq \frac{99}{4} R$.

Fritz József (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. III. o. t.)

Megjegyzés: Ha általánosan δ % pontosságú mérést követelünk meg, akkor az előbbi számítással a belső ellenállásra $r \geq R \frac{100 - \delta}{4}$ megkötést kapunk.

Székely Jenő (Pécs, Nagy Lajos g. III. o. t.)