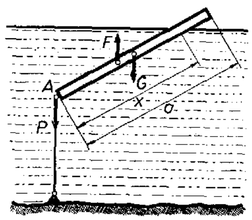
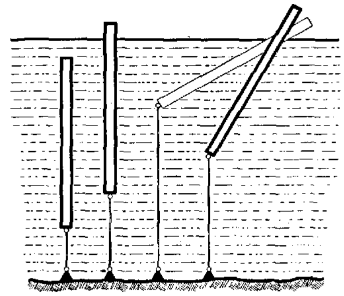
A gerendára három erő hat: A gerenda súlypontjában függőlegesen lefelé a súlyereje (G), a kiszorított víz súlypontjában a felhajtóerő függőlegesen felfelé (F), és a kötél húzóereje (P). Az egyensúly feltétele: az erők összege, valamint a forgatónyomaték összege legyen zérus. A három erő közül G és F függőleges, tehát P is az. Ezért függőleges a kötél.





A gerenda keresztmetszete legyen q, akkor $G = qa\gamma$ és $F = gx\gamma_0$, ahol a a gerenda hossza, x a vízbe merülő rész hossza. G a gerenda felezőpontjában, F a bemerült rész felezőpontjában hat. (Itt kihasználtuk azt, hogy a gerenda vékony.) A forgatónyomatékokat az A pontra írjuk fel, a karok helyett a velük arányos hosszakat véve:

$$(qx\gamma_0 \cdot \frac{x}{2} = (qa\gamma) \cdot \frac{a}{2} \quad \text{amiből} \quad \frac{x^2}{a^2} = \frac{\gamma}{\gamma_0}, \quad \text{tehát}$$

$$\frac{x}{a} = \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}; \quad \text{esetünkben} \quad \frac{x}{a} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8.$$

A vízbe merülő rész tehát az egész hosszúság 80 %-a.

Kugler Emese (Nagykanizsa, Landler g. III. o. t.) és
Rozváczy Judit (Bp., Szilágyi E. g. II. o. t.)

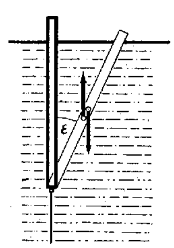
megoldásai alapján.

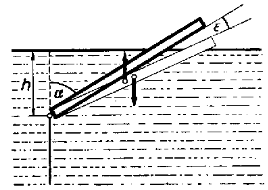
Megjegyzés: Ha egész mélyről indulunk ki és először rövid kötélre kötjük a pálcát, azután a kötelet mindig hosszabbítjuk, a pálca eleinte függőlegesen emelkedik. Ha a vége kiáll a vízből, még mindig függőleges mindaddig, amíg

$$x = \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}} \cdot a.$$

Megvizsgálandó a stabilitás kérdése. Meg lehet mutatni, hogy abban az esetben, amikor $a > x > a\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}$, a rúdnak a függőlegesből való kimozdulása olyan forgatónyomatékot ad, amely visszaviszi a rudat függőleges helyzetébe.

$h < a \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}$ esetén két egyensúlyi helyzet lehetséges. A fenti ferde helyzeten kívül ugyanis a gerenda függőleges helyzetben is egyensúlyban van. (Teljesülnek az egyensúly feltételei.) Ez azonban labilis egyensúlyi helyzet, a gerenda bármely kis elmozdítása esetén a súlyerő forgatónyomatéka, F_1 nagyobb mint F_2, (lásd a diagramot $a = 0$-nál), tehát a gerendát kibillenti a ferde egyensúlyi helyzetnek megfelelő α szögre.





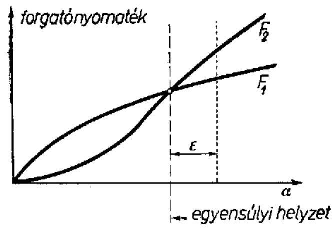
Ha a ferdén úszó esetről van szó, amikor $x = a\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}$ és ε-nal növekszik a függőlegessel alkotott α szög, a lefelé vivő forgatónyomaték

$$F_1 = \frac{\gamma a^2 q}{2} \cdot \sin(\alpha + \gamma),$$

a visszavivő forgatónyomaték

$$F_2 = \frac{h^2}{2\cos^2(\alpha + \varepsilon)} \cdot q \cdot \gamma_0 \sin(\alpha + \varepsilon).$$

(q a rúd keresztmetszet területe, h a rúd végének a mélysége a víz szintje alatt). A forgatónyomatékok szögtől való függését ábránk tünteti fel.



A két forgatónyomaték görbéjének metszéspontja adja meg az egyensúly helyzetét. Látható, hogy a szöget növelve a visszavivő forgatónyomaték a nagyobb, tehát a rúd visszatér egyensúlyi helyzetébe; így az egyensúly stabilis. Amikor a rúd vízszintesen a víz felszínére kerül, más körülmények határozzák meg helyzetét.

Vermes Miklós